

# 定常熱伝導系における熱流誘起浸透圧測定

14年10月-15年2月 11540 鈴木了

## 目次

1	回転板による熱伝導実験装置の作成 (02/11/12~03/2/6)	2
1.1	実験の概要	2
1.2	回転板の設計	3
1.3	光学系と位置検出器	6
1.4	温度安定化装置	13
1.5	真空層への固定	16
2	誘起浸透圧についての理論的背景	16
2.1	誘起浸透圧検証の意義	16
2.2	希薄気体での計算	18
3	予想される測定値と測定精度	19
3.1	測定値の予想	20
3.2	誤差原因の推定	20
4	電源回路の製作 (02/10/1~02/11/7)	23
4.1	定電圧回路	24
4.2	回路の雑音除去	25
5	実験上の注意	26
5.1	電気回路	26
5.2	光学系	27
5.3	温度制御	28
A	回転板の設計図	29
B	位置検出器の回路図	30
C	光学系のスケッチ	31
D	位置検出器の較正	32
E	角方向の微小振動の検出	36
F	Kappler、振り子による熱雑音の検出実験の結果	38
G	Peltierドライバの回路図	40
H	Peltierドライバの増幅動作	41
I	電流温度較正曲線	41
J	温度計の較正曲線	42
K	電源回路の回路図	44
L	電源回路のノイズスペクトル	45

## 1 回転板による熱伝導実験装置の作成 (02/11/12~03/2/6)

冬学期の特別実験として、熱流誘起浸透圧の検証を試みた。このテーマを選んだ理由は、このような効果があるかどうかは今まで実験的に測られていなかったこと<sup>1</sup>、実験に必要な原理が単純であること、測定をより精密に行うことだけで新しい物理的な現象が見えるという話に興味を抱いたことなどである。

熱流誘起浸透圧なる現象は、最近理論的に予想されたものなので、まずこれについて簡単に説明しよう。化学で知られているように、水溶液中にある溶質の濃度を不均一にし勾配をかけると、その勾配を打ち消す向きに粒子が移動しようとして浸透圧が生じる。これと同じように、温度勾配、すなわち定常なエネルギー流を流体系にかけると、流れと平行な方向の圧力が僅かながら増加するらしい。この現象の驚くべき性質として、圧力増加は温度勾配の向きによらないこと、全く対流がなくとも生じること、熱平衡にある系を用意してこれと接触させ、定常状態になるまで待たしても、この効果が見えることが予想されている。

そこで、本実験は、「熱流による浸透圧」が実際に生じるか検証することを目指した。この効果の詳しい理論的な背景や、数値的な見積りは様々あるが、これらは次章に繰り越して、この章では実際の実験準備として行ったことを記す。

### 1.1 実験の概要

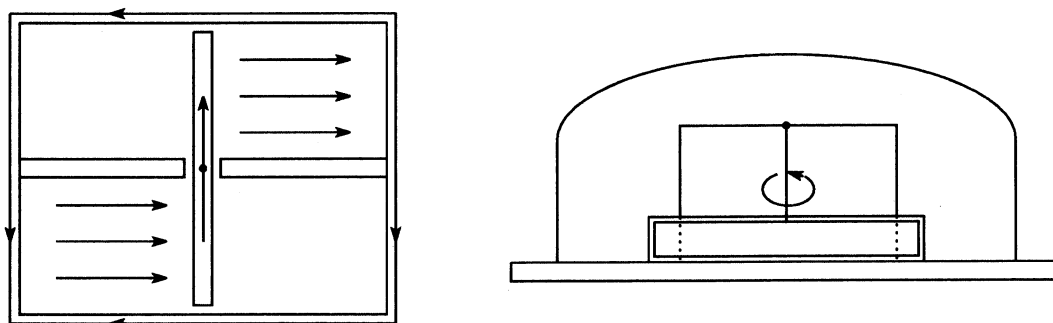
熱流誘起浸透圧は、輻射、対流の無視できる定常熱伝導系という設定の下に予言された。熱の輸送で伝導が重要になるのは、常温、低圧の系に大きな温度勾配を与えたときである。定量的には、圧力 1Pa の希薄気体に、平均自由行程当たり最大 5K の温度差を加えた場合、 $\sim 10^{-5}$ Pa、すなわち 300K の黒体輻射の輻射圧とほぼ同じという微小な圧力増加が生じる。

#### ○ 検出の方法

効果がこのように小さいため、感度が高く雑音の小さな精密測定が必要になるのは当然だ。詳しく述べると、次のような設定をしなければならない。まず、圧力増加は平均自由行程当りの温度差の二乗に比例するため、平均自由行程を長くする、つまり系を低圧に保つ必要がある。また、圧力増加を大きくするため、系には大きな熱流を流さねばならない。さらに、熱膨張による圧力が誘起浸透圧にくらべて大きいため、熱膨張をキャンセルした上で、圧力変化をみる必要がある。よって、熱流と温度を精密に制御する必要がある。

そこで、具体的に次のような実験装置を製作することにした。ばね定数の小さな一本のワイヤーで吊したアルミ板を常温、低圧の容器に入れ、板の両端に同じ向きの温度勾配をかける。このとき、ワイヤー回りにトルクが生じてアルミ板が回転するので、回転角を光てこによって測定する。この方法では原理的に  $10^{-7}$ Pa 程度の変動も検出できると試算される (3.1 節参照)。

左下に、箱の概形を、右下に真空容器の概形を示す。



このほかにも、圧力によって生じる変位をコンデンサのキャパシタンスの変動としてとらえ、共振周波数の変化をみる方法も提案した。この場合も、以下の回転運動に対する式を並進運動に置き換えて議論することができる。回転板実験での自然周波数  $\omega$  に相当する値が小さいような、やわらかい誘電体の

<sup>1</sup>真空技術に精通した人の中で本当にこのような現象が知られていたかどうかはわからない。その効果が小さいために、真面目に測定されたことは無かつたらうと推測している。

詰まったコンデンサを用い、測定方法を工夫すれば、この方法でも十分な感度を得られるかも知れない。ただし、この方法でもやはり、フラックスの大きな熱流を精密に制御することが必要であり、困難さはさほど変わらない。

さて、実験準備としてやるべきことは、大きくまとめると、(1) アルミ板の作成、(2) 回転角検出器の作成、(3) 温度制御、(4) 真空制御、の4つである。そこで、これらに必要な装置を順に1つずつ製作していった。

なお、レポートを書いている時点では3の途中までが終わりましたが、測定にまで至ってはいないこととお詫び申し上げます。

## 1.2 回転板の設計

### ○ 設計図

アルミ製回転板装置の設計図を書き、その製作を試作室の大塚さんに依頼した。この設計図は付録Aに載せる。以下では、装置を改造するときの指針となることを期待して、どのような考えに基づいて設計を行ったかを記しておく。

#### ● 回転板のサイズ

いま、金属板をワイヤで吊るし、これを回転させてその回転角を測る装置を作りたい。明らかに、板が小さくて軽い方が圧力増加を観測しやすい。しかし、真空層中の希薄気体の平均自由行程によって、板の大きさの下限が決まる。なぜなら、真空を引きすぎて、平均自由行程が系の大きさと同程度になると、有限サイズ効果により統計的な効果が見えなくなってしまうためだ。数値計算結果によると、系のサイズは平均自由行程の10倍もあれば十分であった<sup>2</sup>。また、真空層の中に収まらなければならないため、大きさには上限もある。

文献[4]2章によると、圧力が1Paのときの平均自由行程は6.6mmである。真空層が安定して保てる圧力がこの程度だとすると、金属板と壁との間隔は、それぞれ10cm前後にとるのが適当である。よって、箱の大きさは20~30cmとなる。なお、実験室には1Pa程度の真空を保つことのできる、半径250mmの半球の形（外から見るとまるでUFOのよう）をした真空層があるので、これを使えば良いとわかった。

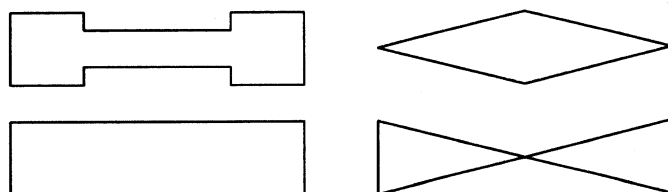
ちなみに、ワイヤを細くすれば回転角を大きくすることができるが、あまり細くしすぎると板を保持できなくなってしまう。

#### ● 板の形状

装置の大まかな大きさがわかったため、次に形状を考える。回転板の面内で、水平方向を $x$ 、鉛直方向を $y$ 、板の厚さの方向を $z$ として、それぞれの軸についての板の最大長さを $2L$ ,  $H$ ,  $D$ と置く。

まず、 $D$ を小さくすれば、それに反比例して回転角を大きくすることができることに気づく。だが、板が薄いと容易に変形したり、よけいな方向に振動しやすくなったりする。また後で示すように、 $L$ を小さくしても回転角は増す。しかし、 $L$ が小さいと、10cmの距離にある正面の壁から、熱流を回転板に垂直に掛けることが困難になる。よって、 $L=10\text{cm}$ 程度の大きさが必要である。

これらをふまえて、回転角の大きさを計算したい。この系には面積の次元を持つ物理量の組み合わせがあるため、 $L$ と $D$ の値を固定すると、回転角は板の形状によって決まる。そこで、回転角を計算する際、その形状因子を取り出しておき、この影響がどれほどあるかを見積もろう。例えば、下に示すような板の形のうち、最も回転しやすいものはどれで、定量的にどれほど違うのかを考えたい。



<sup>2</sup>この値は佐々先生（総合文化研究科）から聞いたものである。

計算：調和振動子では、力  $F$ 、変位  $x$ 、バネ定数  $k$ 、質量  $m$ 、自然周波数  $\omega$  の間に、 $F = kx = m\omega^2 x$  なる関係があった。回転運動の場合、 $F$  をトルク  $N$  に、 $x$  を回転角  $\theta$  に、 $m$  を慣性モーメント  $I$  に置き換えれば上の式が使える。すなわち、 $\theta = N/I\omega^2$  である。この場合、自然周波数  $\omega$  はゆっくりとした角方向の減衰振動の周期を測れば求めることが出来る。

回転板実験での圧力増加を  $\Delta p$ 、板の密度を  $\rho$  とすると、回転角  $\theta$  は、

$$\theta = \frac{N}{I\omega^2} = \frac{\int \Delta p x dx dy}{\omega^2 \int \rho (x^2 + y^2) dx dy dz}$$

と書ける。 $A = \Delta p / \omega^2 \rho$  とおくと、 $A$  はこの系に特徴的な面積のスケールを与える。回転板の厚さは一様だとしてこれを  $D$  とし、 $l = A/D$  とする。

板の形が  $y = f(x)$  で与えられると考え、回転角を大きくするような  $f(x)$  を求めよう。 $x$  方向の板の長さを  $2L$  とし、無次元量  $\Lambda = L/l$  をとる。 $x = lx'$ 、 $f(x) = l\tilde{f}(x')$  とおくと、このとき、

$$\theta = \frac{\Delta p}{\omega^2 \rho D} \cdot \frac{\int x dx dy}{\int (x^2 + y^2) dx dy} \approx l \cdot \frac{\int_0^L x f(x) dx}{\int_0^L \left( x^2 f(x) + \frac{f(x)^3}{3} \right) dx} = \frac{\int_0^\Lambda x' \tilde{f}(x') dx'}{\int_0^\Lambda \left( x'^2 \tilde{f}(x') + \frac{\tilde{f}(x')^3}{3} \right) dx'} \quad (1)$$

となる。 $L^2 \gg H^2$  として、 $\tilde{f}^3$  の積分を無視すると、

$$\theta = \frac{s}{\Lambda}, \quad s \equiv \Lambda \cdot \frac{\int_0^\Lambda x' \tilde{f}(x') dx'}{\int_0^\Lambda x'^2 \tilde{f}(x') dx'} \quad (2)$$

となる。最後の式から、回転角  $\theta$  が形状因子  $s$  および板の長さ  $L$  の逆数に比例していることがわかる。形状因子  $s$  は、系に特徴的な無次元量  $\Lambda$  と、板の形状を与える無次元化された関数  $\tilde{f}$  にしかよらない。

[8] を参考に、現実的な値を代入してみよう。 $\Delta p = 10^{-5} \text{Pa}$ 、 $\omega = 10^{-2} \text{Hz}$ 、 $d = 3 \times 10^{-3} \text{m}$ 、 $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{kgm}^{-3}$  (at 298K)、 $L = 0.14 \text{m}$  を入れると、 $l = 12 \text{mm}$ 、 $\Lambda = 11$  を得る。

次に、 $s$  の値を求める。まず最も簡単に、 $\tilde{f}(x') = \alpha x'^n$  と定数  $\alpha$ 、パラメータ  $n \geq 0$  を置いて積分を評価すると、 $s = (n+3)/(n+2)$  を得る。また、 $\tilde{f}$  を多項式で近似して解析的に解くと、 $\tilde{f}$  が  $l$  程度の範囲でゆっくり変化するならば<sup>3</sup>、 $\tilde{f} = \text{const.}$  が  $s$  の最大値を与えることがわかる。よって、上に図示した形について、 $s$  の値は  $1.5 \geq s \geq 1$  の範囲にある。結論として、板の形状を変えても、回転角に与える効果はたかだか 1.5 倍しか変わらない。

そこで、他の実験条件との兼ね合い、とくに回転板に対するレーザービームの入射角の影響を考慮して、板を上図の左上の形にした。一般に、レーザービームを鏡にほぼ垂直に入射させる場合、鏡がビームに垂直な方向に並進運動をしても、反射光の角度は変わらない。それゆえ、レーザービームは板に垂直な方向から入射するのが好ましい。この形ならば、板に垂直な方向から出入する光の通り道を大きく確保できる。

#### ● 板の材質

この実験では大きな熱流を回転させる板の両側にかける。そこで、熱流の流れをよくするために、板は金属製でなければならない。板を軽くするため、材質はアルミが最適である。この選択は、輻射圧の効果を減らす観点からも好ましい。一般に反射率の高い物質ほど、輻射を発生しにくいからだ。

#### ● 箱の形状

圧力の増加が温度勾配の符号によらないことから、回転板を入れる箱の形状は大まかには p.2 のようにすればよい。

<sup>3</sup>仮に  $s$  の最大値を与える形状を正確に求めたとしても、実際に製作し使用できなければ意味がない。

箱全体は4つの区画に区切られ、それぞれは狭い隙間を通してのみ粒子が行き来できる。左上と右下の区画は熱平衡に保たれ、その温度は真空容器全体の温度に一致する。また、左下と右上の層には図に示された向きの熱流がかけられる。このとき、中央の板は、熱流の2乗に比例する圧力変化を感じて回転するはずである。

上のようになると、温度勾配の1次に比例する、自明な熱膨張の効果を取り除くことが出来る。アルミ板は十分重く並進運動は効かないとしてよいからだ。回転運動として検出されるのは、少なくとも温度勾配の2次に比例する効果である。

さらに、熱流の自然な流れによって、局所的に熱が集中して温度が変化する場所がないことも利点である。ただし逆に、非対称な熱流のため、気体分子の巨視的な対流が発生するおそれもある。

対流の効果が無視できるものかは測定してみないとわからない。対流は、特定の空間の揺らぎのモードが成長して生じる。そのため、系をなるべく一様に保てば、つまり熱流に垂直な面内での温度分布を一樣にすれば対流は起きにくいはずである。そこで、回転板を中に吊るした状態で、箱に蓋をすることにした。

#### ● フレームと真空層の形状

p.2のように、回転板上から吊るすためのフレームが必要である。具体的には、アルミの棒材で作った骨組みを箱にくっつけ、その上に天板とクランプを乗せることにした。回転板を吊るすワイヤの長さは、天板の高さで決まる。ワイヤの共振周波数は、ワイヤの長さに比例するので [9]、天板が高い所にある方が微少なトルクを検出できる。

フレームを含めた容器全体は、真空層にもともと開いているねじ穴に固定し、外界からの振動が伝わるのを減らすようにした。余計な振動が回転板に伝わると測定邪魔になるためである。

フレームの大きさを決めるときは、真空層、光学台の大きさや形状が必要である。ここで、それについて記しておく。

真空層はアルミ製で、足、台、蓋の3つの部分からなる。これらは重いので、動かす際はクレーンを用いる。

台は、直径600mm、厚さ20mmの円盤形をしている。真空になる部分の直径は500mmで、中には固定用のねじ穴(M5)が多数、光路用の窓穴が一つ、電気信号を送るピン用の穴が二つ取り付けられている。窓穴の直径は10mm、ピン22本が収まった穴の直径は27mmである。ねじ穴は25mmあるいは50mm間隔で適当なパターンを描いて開けられている。

蓋の高さは250mmである。そのうち、台の部分の高さが20mm、円筒の部分の高さが135mm、楕円球の部分の高さが95mmである。蓋の厚みは測れなかった。目測では、150mm程度の高さのものならば入りそうであった。

光学台は、900×1800×750[mm]の、水平に保たれた金属製の定盤である。盤面には100mm毎にM5のねじ穴が開けられており、光学器機を固定できるようになっている。また、実験で使用した机には除振機能があるそうだが、今回は使わなかった。

#### ● 表面加工

圧力増加の値は、300Kの黒体放射の輻射圧と同程度である。そこで、設計の際、金属表面からの輻射圧を減らす工夫を考えた<sup>4</sup>。

一般に、輻射圧は表面からの emissivity (放射率) に比例する。また、熱伝導性の良い物質は emissivity が小さい。アルミの典型的な emissivity は  $\epsilon = 0.1$  だが、表面の粗さや酸化の度合い、さらに曇り具合によって3、4倍は異なってくる [5], [6], [7]。例えば、装置の内部表面を研磨すれば emissivity を下げることができる。

試作室に相談すると、ダイヤモンドの研磨剤とセーム皮を用いてひたすら手で磨くしかない、とのことであった。この作業を具体的に述べる。まずダイヤモンドの粉末をその粒径別に1800, 3000, 5000, 8000と用意する。次に一番目の粗い1800の粉末を金属表面に塗りつけ、エタノールを数滴垂らし、非常にな

<sup>4</sup>詳しい計算では、輻射圧の差は誘起浸透圧に比べて小さい上、アルミの emissivity 分だけ圧力が下がるので、この効果は測定に影響しない。4章参照。

めらかなセーム皮を手でひたすら磨く。特に、表面にひっかき傷があるとこれを均すのに非常に手間が掛かるため、材料自体を作り直した方がよい場合もある。1800が終わったら、次に目の細かい3000の粉末を使って全く同じことをする。以下同様に8000まで行う。とくに目の細かい粉末については、磨く面や方向に偏りが生じないように注意する。磨く材料が円盤形をしているときは、回転させて磨く機械が実験室にあったが、手で行う場合、数十cm<sup>2</sup>のアルミ板の片面を、新しい鍋底程度に研磨するだけで3時間はかかる。

このようにして、レーザービームの反射面(1cm<sup>2</sup>程度)を最も細かい目まで研磨したが、結果的にはアルミホイル表面と大差なかった。そこで、残りの大部分について輻射圧を減らしたい場合はアルミホイルを張ることにして磨くのを中止した<sup>5</sup>。

### 1.3 光学系と位置検出器

圧力が増加すると、ワイヤで吊るされた板にトルクがかかり、板は回転を始める。この回転角は、光でこの原理によって検出する。すなわち、回転板の側面に鏡を取りつけ、これにレーザービームを当てて反射させる。そして、適当な面上に投影されたスポットの移動として角方向の運動を検出する。

そこで、初めにレーザースポットの位置の変化を検出できる回路を作成した。次に、光学系を組んでアルミ板を角方向に自由振動させ、それらがたしかに調和振動を行うことを確かめた。最後に、減衰し振幅の小くなった運動を位置検出器でモニターし、その波形と自然周波数とを求めた。

#### ○位置検出回路の製作

レーザースポットの検出には、光電素子を内蔵したIC(PSD)を用いた。その仕組みは次の通りである[10]。光電素子に可視光が入射すると、素子の内部で電離が起こり、その光量に比例した負電荷(光電子)が生じる。この光電流は、素子表面に形成された均一な抵抗層を伝わって、両端の電極にたどり着く。各々の端に届く電流量を求めてみよう。

簡単のため、PSDは1次元とする。両端にある電極の座標を±L、入射光の位置をxとする。電極それぞれの電位は等しいので、左右の電極に到達する電流量は、入射スポットと電極の間の抵抗値に反比例する。素子表面の抵抗密度は一定なので、抵抗値は距離に比例する。したがって、 $I_R/(L-x) = I_L/(L+x)$ が成り立つ。ゆえに、両端の電流量の差は、

$$I_L - I_R = (I_L + I_R) \left( \frac{L+x}{2L} - \frac{L-x}{2L} \right) = (I_L + I_R) \frac{x}{L}$$

となり、スポットの位置xに比例する。そこで、これをモニターすることで、レーザースポットの位置の変化を精密に知ることができる。

位置検出器の回路図を付録Bに示す。

#### 仕様

入力：±15V 直流、数 mW の入射ビーム

出力：x, y channel それぞれについて ±50mV 程度の範囲の信号

#### 部品リスト

品名	個数	備考
2次元 PSD	1	Hamamatsu Photonics, S5991-01, 表面実装型
電流電圧コンバータ	4	National Semiconductor, LF356N
差動アンプ	2	Analog Devices, SSM-2141
IC ソケット	6	
ケミカルコンデンサ, 33μF	2	
セラミックコンデンサ, 115nF (実測値)	6	

<sup>5</sup>小林孝嘉先生(理学系研究科)によると、アルミホイルのように薄く均一な金属フィルムを作る技術が発達しているため、わざわざ高価なダイヤモンドの粉末を用いて研磨する人は少ないとのこと。