

特別実験 I

He-Ne レーザーの周波数安定化と反射鏡の制御

1991 年 前期

物理学科 窪 秀利

学生証番号 01524

共同実験者 白土 昌孝

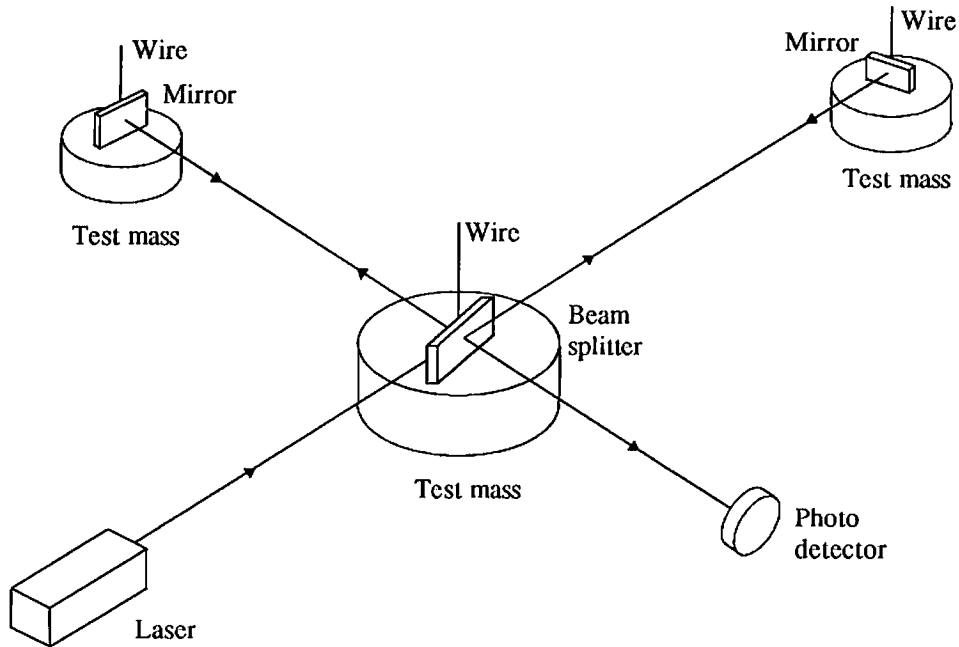


図 1: レーザー干渉計型重力波検出器の原理

1 はじめに

重力波が伝播する際、通過する途中の空間の形を歪ませる。したがって、孤立状態においたテストマスの動きを精密に測定すれば、重力波を検出することが可能である。しかし、この空間の変化は極めて小さく、銀河系で超新星爆発が起こったとしても、地上での振幅は 10^{-18} でしかない(表 1)。この微小な変化を測定するためにレーザー干渉計の原理を用いた検出器が検討されている(図 1)。まず、一本のレーザービームをビームスプリッターで 2 つの垂直な方向に分けて、長さ数 km の真空パイプの中に通す。パイプの端には、それぞれ鏡をつけたテストマスがワイヤーで吊り下げられている。この鏡で反射された光を重ね合わせ、Photo detector でその光強度を測定する。重力波が入射すると、2 本のレーザーの光路長が変わり、光強度が変化する。この変化を測定し、重力波をとらえる。

本実験では、このレーザー干渉自由質量型検出器で必要なレーザー周波数の安定化と反射鏡の制御について調べてみる。

表 1: 予想される重力波源

重力波源	周波数	地上での振幅	予想頻度
銀河系内超新星爆発(バースト波)	1kHz	10^{-18}	1/30 年
乙女座銀河団での超新星爆発(バースト波)	1kHz	10^{-21}	1/1ヵ月
外銀河での連星中性子星の合体(準周期的)	1kHz までのスイープ	10^{-21}	1/1-3 年
銀河系内の近接連星からの重力波(連続波)	10^{-3} Hz	10^{-19}	確実に存在
宇宙紐からの重力波	10^{-7} Hz	10^{-15}	$h \leq 10^{-14}$ が確認されている

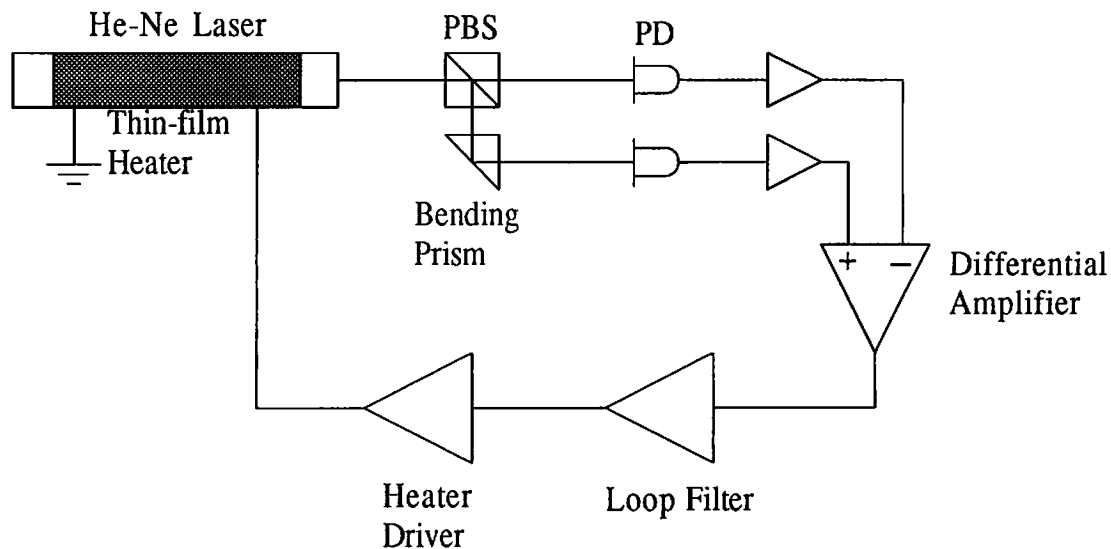


図 2: 2mode 法による周波数安定化

2 周波数の安定化

2.1 2mode 法による安定化の原理

He-Ne レーザー (波長 633nm) の周波数を 2mode 法を用いて安定化させる [1][2]。2mode 法による安定化の概要を図 2 に示す。内部鏡型の 633nm He-Ne レーザーが 2mode 発振している時、この 2mode の偏向方向は、互いに直交しているので、偏向ビームスプリッター (PBS) により 2mode を分離し、おのおのの光強度を 2 つの Photo detector (PD) により光電変換した後、その差を Differential Amplifier により求め、Loop filter に通す。これを Heater driver により電流増幅し、レーザー管に付けられた Thin film heater[3] へ供給し、各モードの強度が等しくなるようにレーザー管長を制御することによって、周波数を安定化させる。

2.2 安定化装置

まず、PD は、2 つの PD の光強度の差の振幅が最大となるようにとりつけた。次に、安定化装置を図 3 に示す。Loop filter の回路定数は表 2 の通り。AD708 に付加されている 0.1μ 、 $5p$ のコンデンサーは、発振をおさえるために後に付けられたもの。装置には、各モードの差をみるための Monitor 端子、プレヒートと制御を切り替える SW1、及び Heater driver の出力と Monitor 出力をみるためのメーターと SW2 が取り付けられている。

表 2: Loop filter の回路定数

R_1	R_2	C_1	C_2
1M	1K	0.01μ	4700p

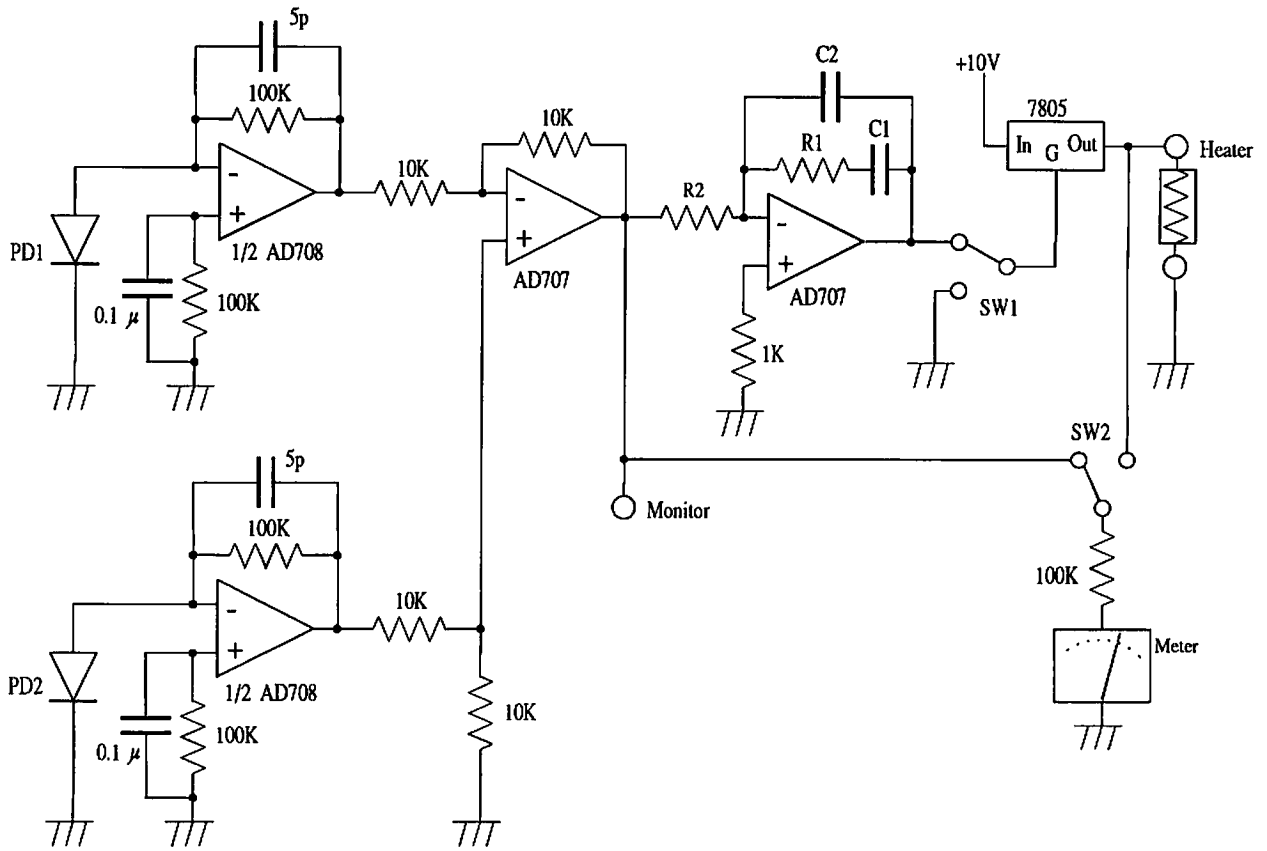


图 3: 周波数安定化装置

2.3 安定化の結果

2.3.1 Allan 分散

発振器からの出力電圧の瞬時値 $v(t)$ は、次のように表される[5]。

$$v(t) = A \cos\{2\pi\nu_a t + \varphi(t)\} \quad (1)$$

ここで、 A は電圧振幅、 ν_a は平均周波数値、 $\varphi(t)$ は位相ゆらぎを表す。したがって位相の瞬時値は、

$$\phi(t) = 2\pi\nu_a t + \varphi(t) \quad (2)$$

と表され、周波数の瞬時値は、

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = \nu_a + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (3)$$

と表される。この値を ν_a で規格化して、相対周波数ゆらぎの瞬時値 $y(t)$ を

$$y(t) = \frac{d\varphi}{dt} / 2\pi\nu_a \quad (4)$$

で表す。

信号 $v(t)$ の時間領域における周波数安定度の尺度 Allan 分散 σ_y^2 は、次式で与えられる。

$$\sigma_y^2 = \left\langle \frac{(\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2}{2} \right\rangle \quad (5)$$

ここで、 \bar{y}_k は、 $y(t)$ の時間平均値で、

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt \quad (6)$$

$$= \frac{\varphi(t_k + \tau) - \varphi(t_k)}{2\pi\nu_a\tau} \quad (7)$$

2.3.2 Allan 分散の測定

測定法を図 4 に示す。周波数を安定化した 2 台のレーザーのビート信号を PD により光電変換した後、周波数カウンターで測定する。結果を図 5 に示す。 $\tau = 2s$ 付近で $\sqrt{\sigma_y^2} \sim 10^{-12}$ まで下がった。

2.4 伝達関数の測定

測定法を図 6 に示す。noise V_s 信号を入れ、 $V_e V_H$ 間の伝達関数を測定する。伝達関数は、

$$H(\omega) = \frac{H_0}{1 + i\omega\tau} \quad (8)$$

で近似され、実験値と fit させた結果を図 7 に示す。 H_0 、 τ については、

$$H_0 = 8.710 \quad (9)$$

$$\tau = 5.471 \quad (10)$$

という値を得た。

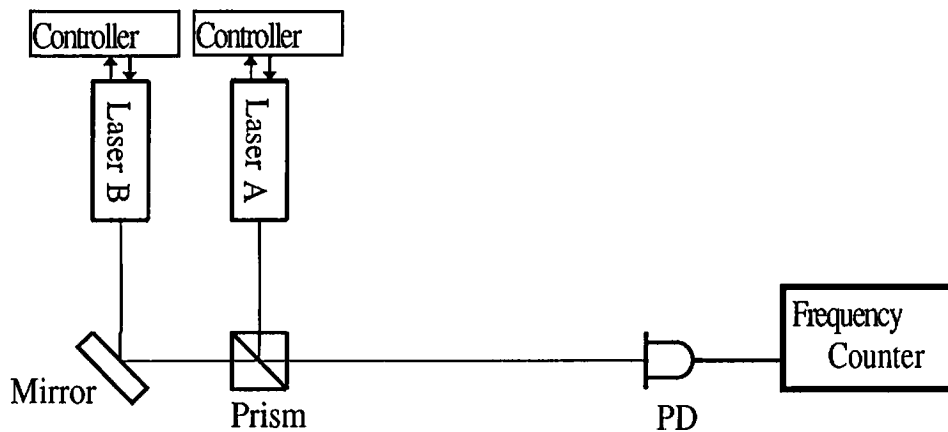


図 4: Allan 分散の測定

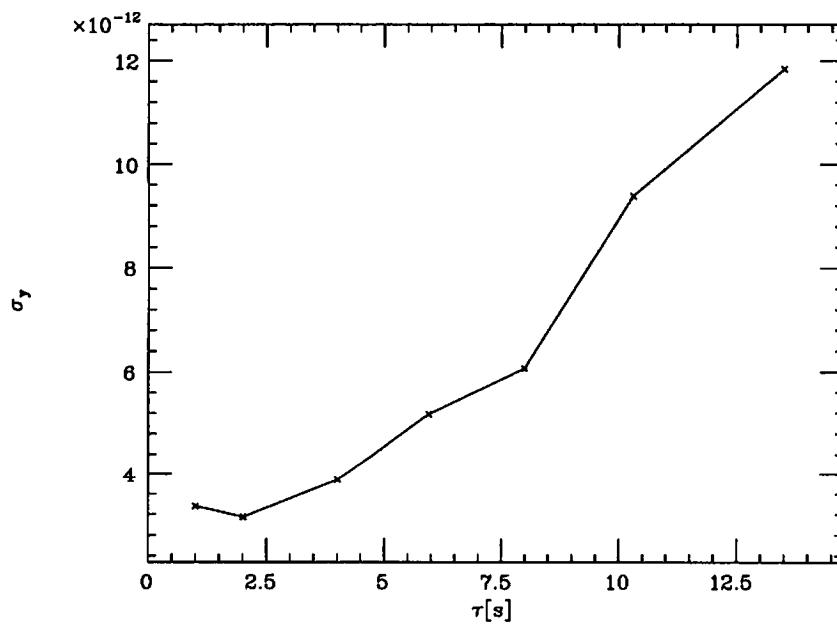


図 5: Allan 分散

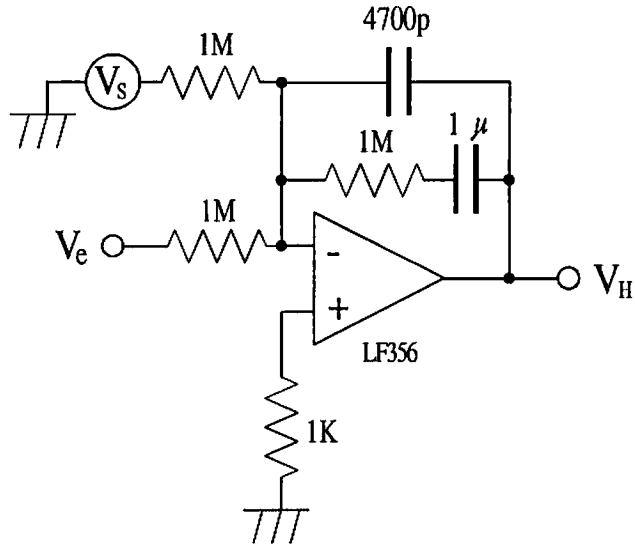


図 6: 伝達関数の測定

2.5 誤差信号の測定

Loop filter の回路定数を 3 通り (表 3) 変えて, Monitor 信号を測定する。Loop filter を含む伝達関数 $F(\omega)$ は、

$$F(\omega) = G(\omega)H(\omega) \quad (11)$$

ただし、

$$G(\omega) = \frac{-1}{R_2} \frac{1 + i\omega C_1 R_1}{i\omega (C_1 + C_2) - \omega^2 C_1 C_2 R_1} \quad (12)$$

で、 $H(\omega)$ は、(8) 式。

$F(\omega)$ を図 8 に、誤差信号の結果を図 9 に示す。No.2、No.3 の測定は、信号が小さすぎて、スペアナに取り込めなかったため、100 倍に増幅した後、 -40dB 補正した。B のレーザーでは、No.2、No.3 で 10Hz 前後で入れかわっているが、A のレーザーでは、入れかわらなかった。これは、信号が小さく、周りの音、振動に敏感に反応していたので B のレーザーの測定時の状況がよくなかったのが原因と思われる。以上の結果から、No.3 を最終的にとりつけた。図 8 からわかるように phase margin は No.3 が最も大きく、次に No.2、そして No.1 の順である。

表 3: Loop filter の回路定数

No.	R_1	R_2	C_1	C_2
1	1M	1M	0.01μ	4700p
2	1M	1K	0.01μ	4700p
3	1M	1K	4700p	100p

(最終設定 No.3)

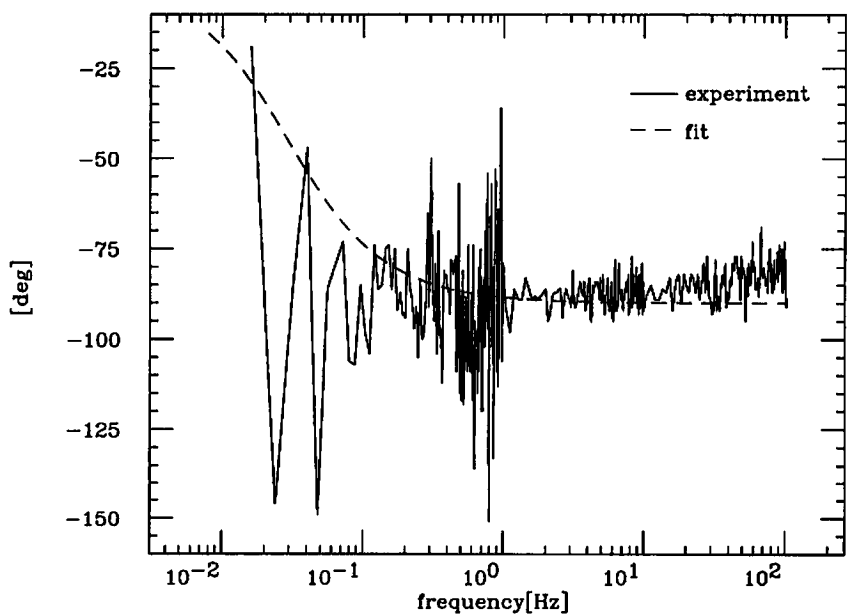
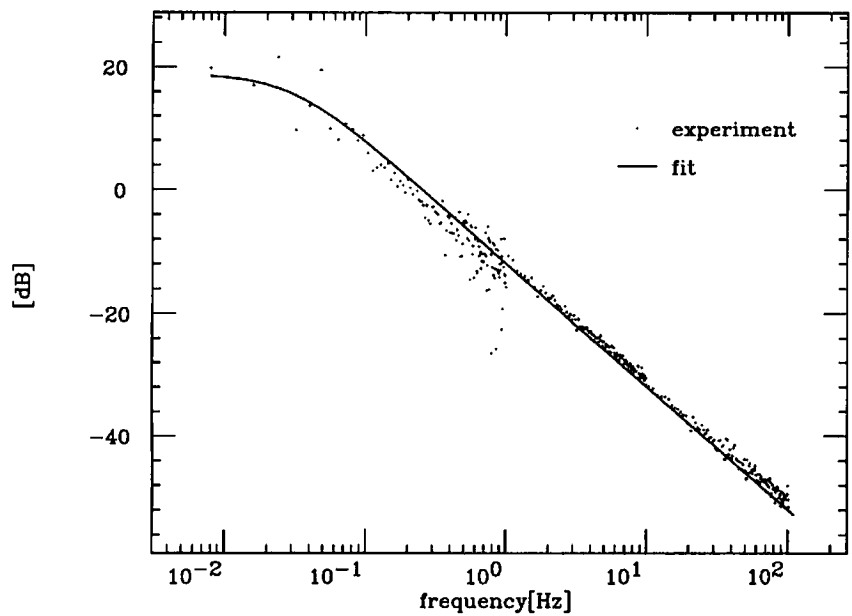


図 7: 伝達関数 $H(\omega)$

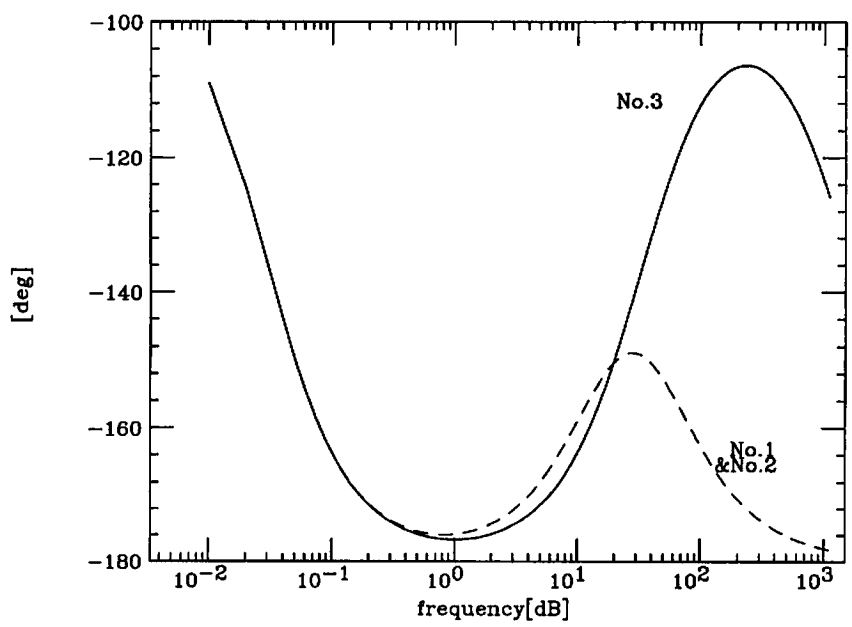
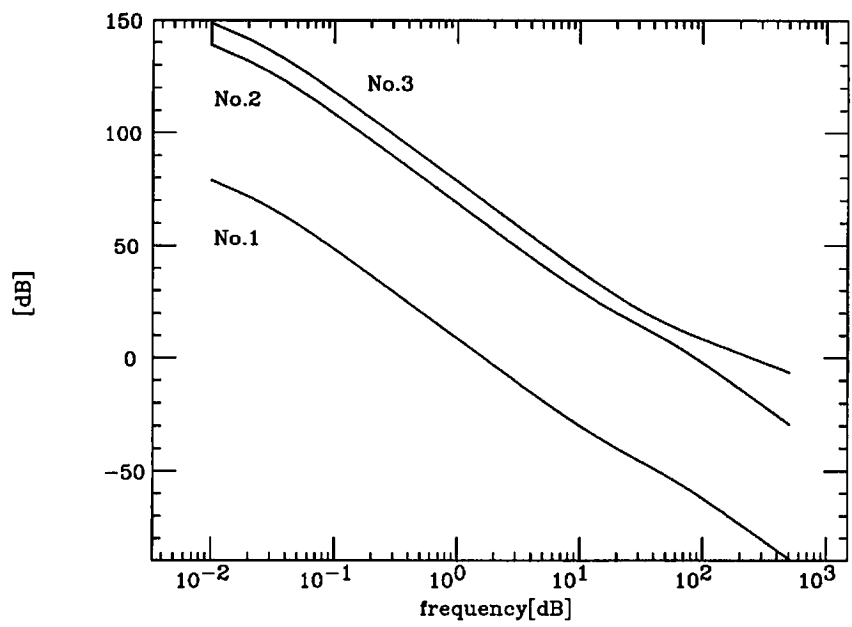


图 8: 伝達関数 $F(\omega)$

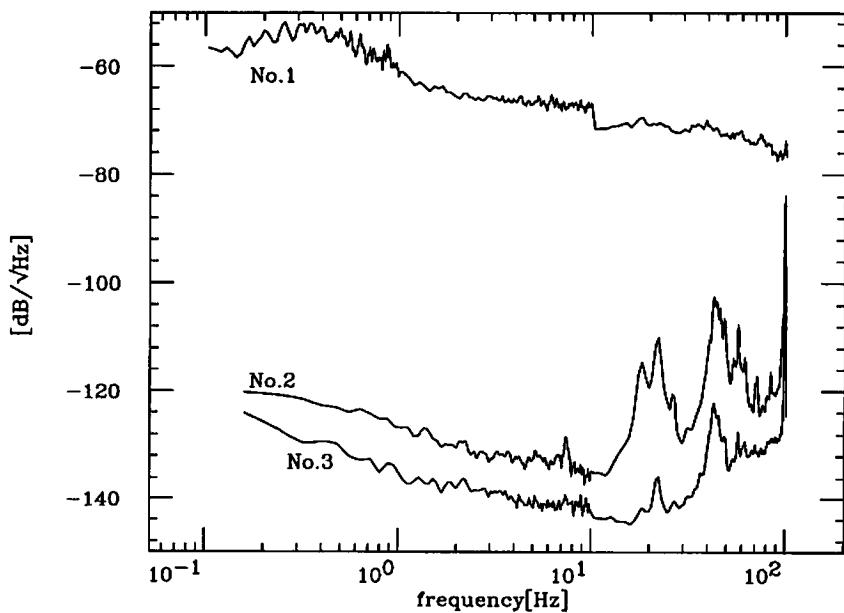
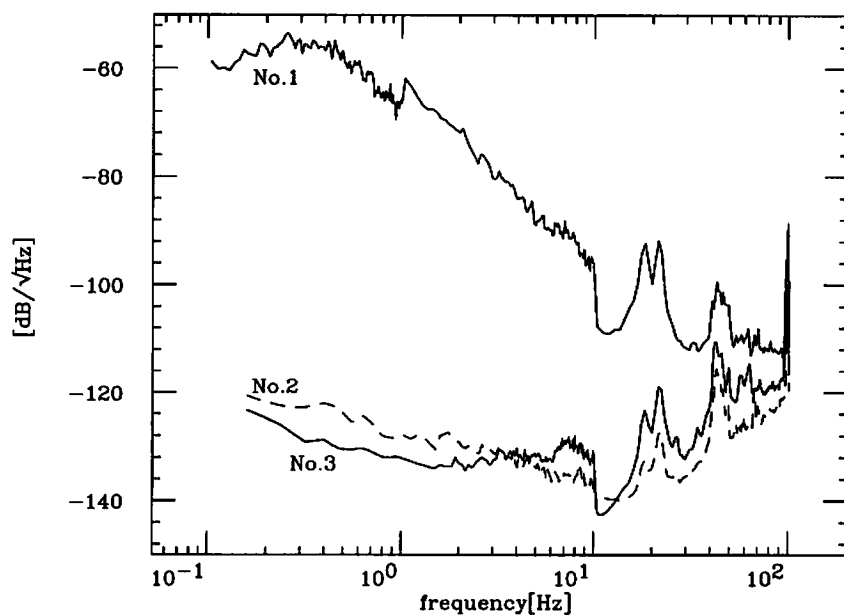


図 9: 誤差信号。上図はレーザー B、下図はレーザー A

3 反射鏡の制御

3.1 制御の原理

鏡、棒磁石がとりつけられたおもりを2本の wire でつり下げる (図 10)。制御の概要を図 11に示す。wire で釣り下げられたおもりの運動をばね定数 k のばねにつけられた調和振動子で記述する。

$$m\ddot{x} = -kx - \gamma\dot{x} + F \quad (13)$$

上式を Fourier 変換すると、

$$(-m\omega^2 + i\gamma\omega + k)x(\omega) = F(\omega) \quad (14)$$

で表される。Photo interrupter は壁面との距離によって電流が変化するので、変位 x を電気信号にかえて (Photo sensor)、Loop filter に通す。

$$I(\omega) = G(\omega)x(\omega) \quad (15)$$

この電流 $I(\omega)$ を Coil driver を通して Coil に流し、おもりに付けられた棒磁石との作用によって外力 $F(\omega)$ を与えて静止させる。

$$F(\omega) = \kappa I(\omega) \quad (16)$$

以上から

$$\{-m\omega^2 + i\gamma\omega + k - \kappa G(\omega)\}x(\omega) = 0 \quad (17)$$

を得る。以上の装置を図 12のように、おもりの前面に2つ、横に1つ取り付けて、おもりの運動を制御する。Photo interrupter の電圧-距離特性を図 13に、回路図は Photo sensor は図 14に、Loop filter は図 15 に、Coil driver は図 16に示す。

3.2 Loop filter

図 15で時定数を、

$$\tau = C_1 R_2 \quad (18)$$

$$\tau_1 = C_1 R_1 \quad (19)$$

とおく。伝達関数は、

$$G(\omega) = -\frac{i\omega\tau}{1 + i\omega\tau_1} \quad (20)$$

で表される。 R_1 を取り付けない時

$$G(\omega) = -i\omega\tau \quad (21)$$

これを (17) 式に代入すると

$$\{-m\omega^2 + i\omega(\gamma + \kappa\tau) + k\}x(\omega) = 0 \quad (22)$$

がえられる。よって、共振周波数 ω_0 、 Q 値は

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (23)$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{m}(\gamma + \kappa\tau) \quad (24)$$

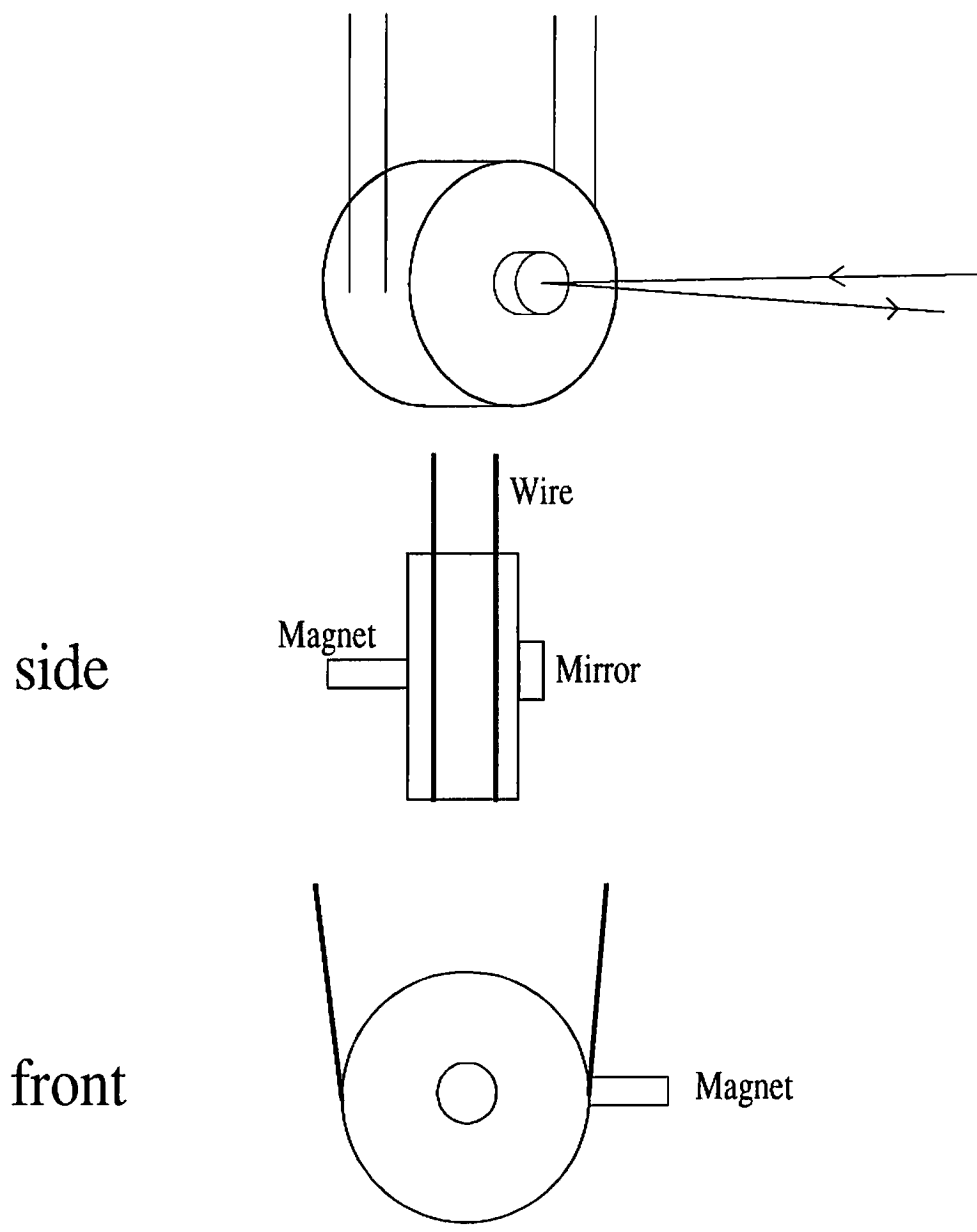


图 10: 反射镜

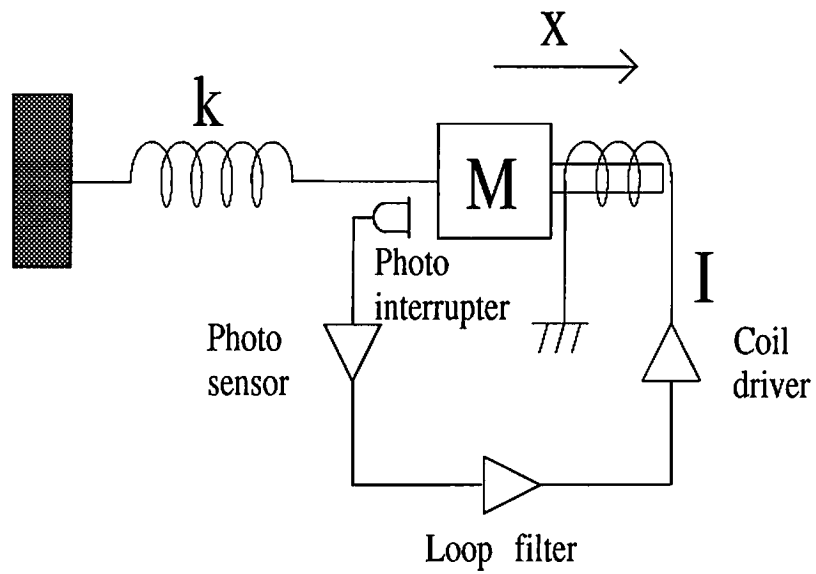


図 11: 反射鏡の制御

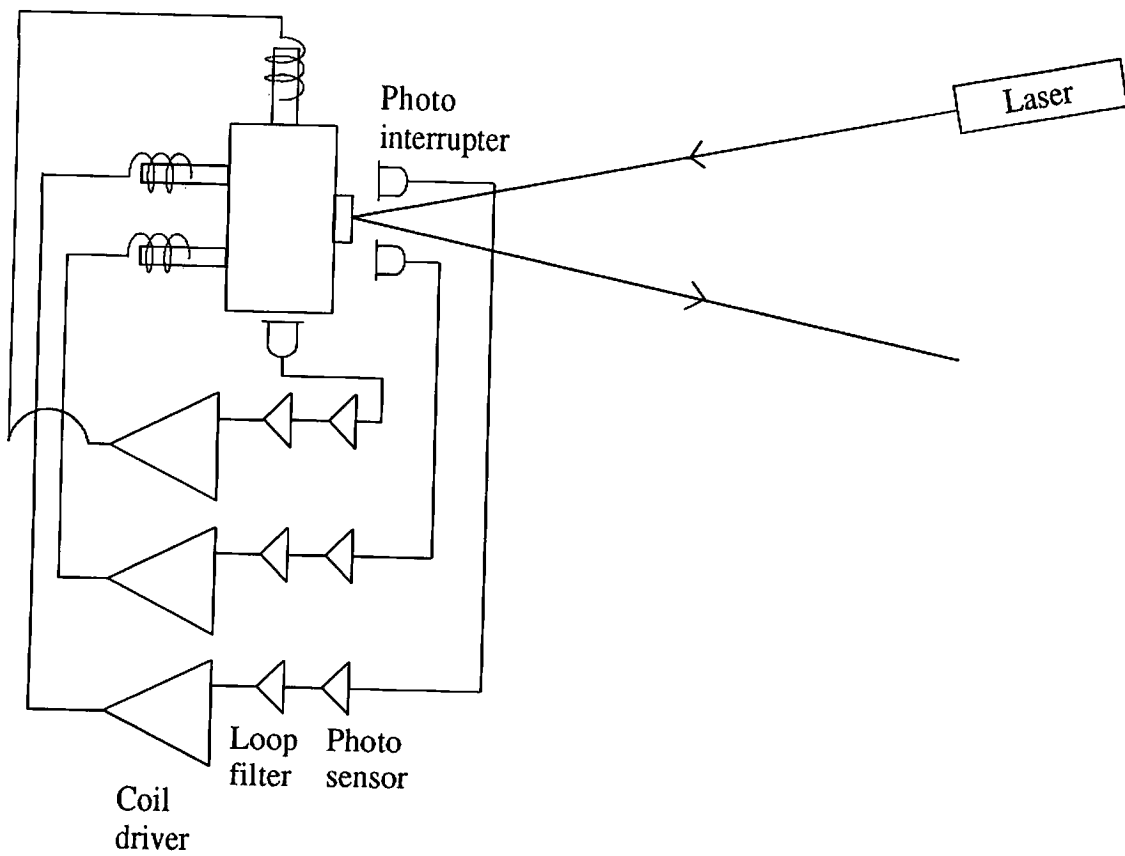


図 12: Local control

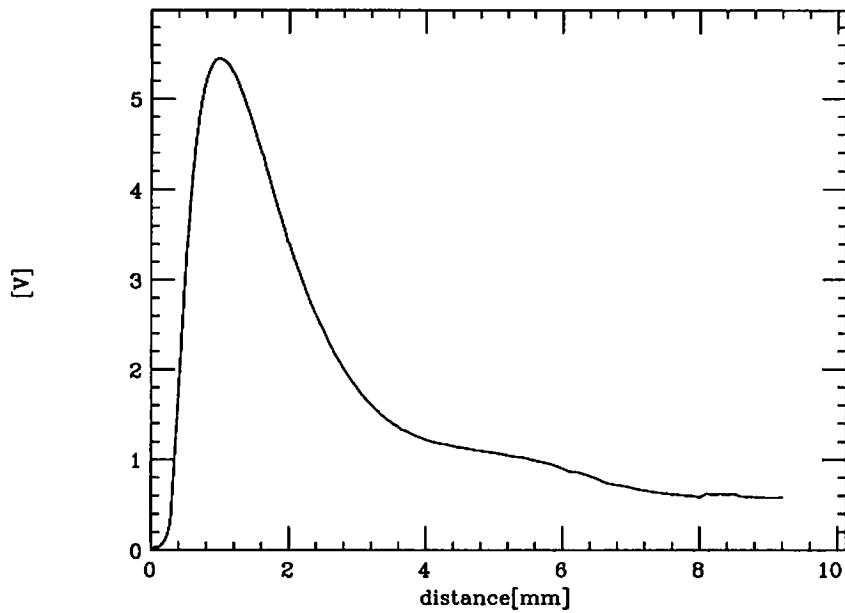


図 13: Photo interrupter の電圧 - 距離特性

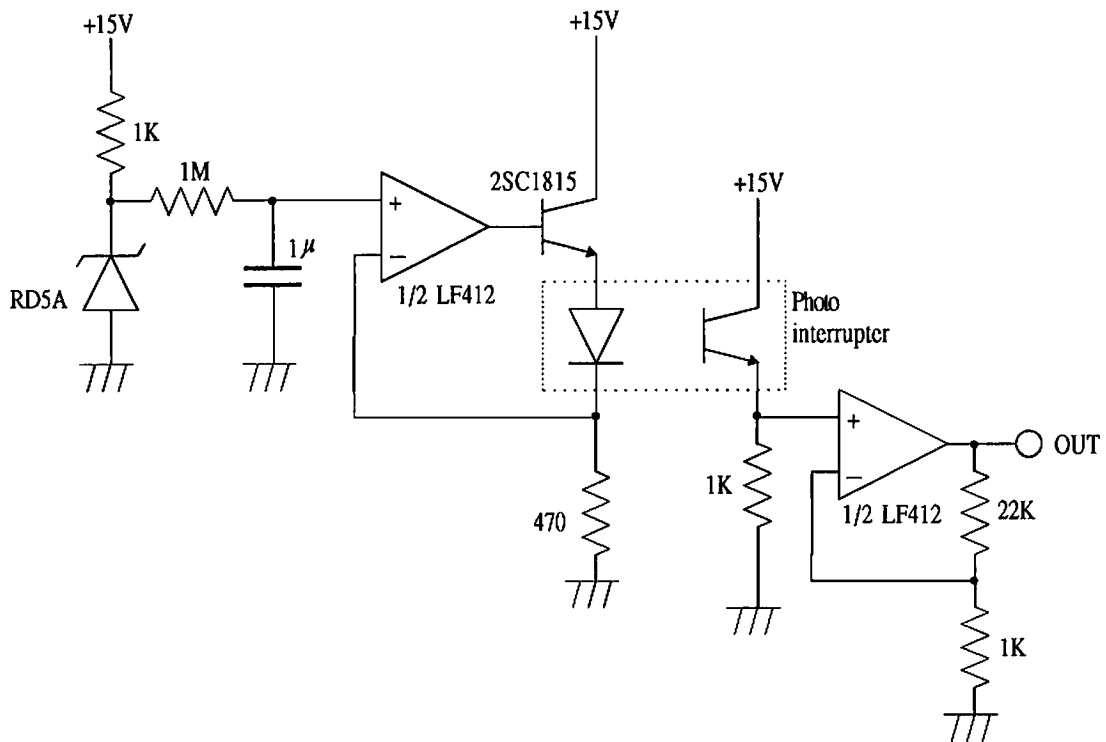
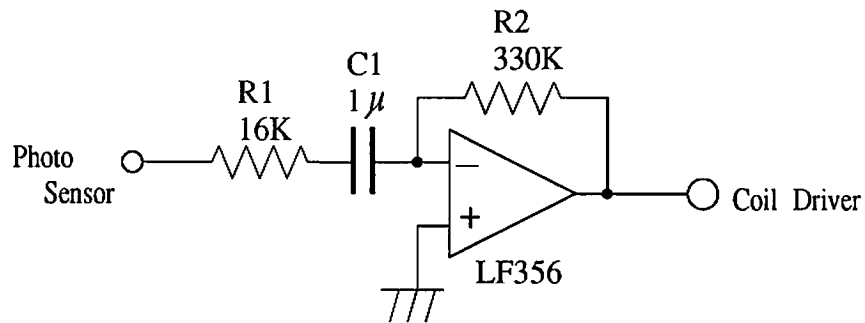
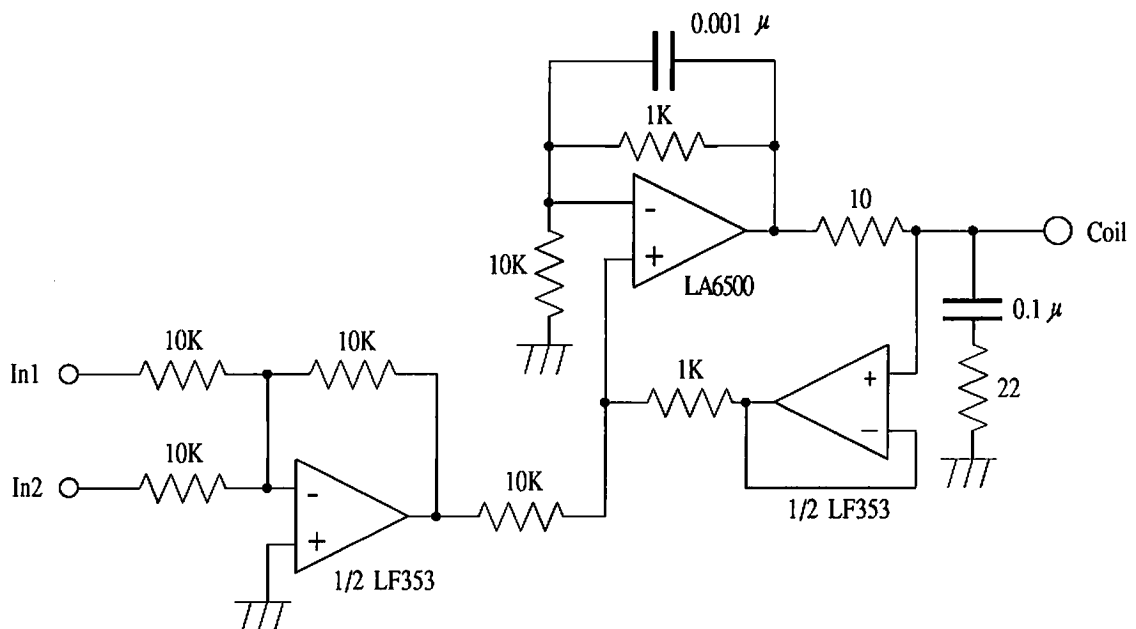


図 14: Photo sensor



☒ 15: Loop filter



☒ 16: Coil driver

で表される。 $Q = \frac{1}{2}$ (critical damping)の時が理想で τ を変えて、 Q を $\frac{1}{2}$ に近づける。しかし、実際には、 $\omega \gg \omega_0$ の信号をおさえるために R_1 を取り付ける必要がある。
まず、 τ_1 を決める。 $1/2\pi\tau_1$ を、 f_0 (約2Hz)の5倍程度にする。

$$\frac{1}{2\pi\tau_1} \sim 10\text{Hz} \quad (25)$$

$$\tau_1 \sim 0.0159 \quad (26)$$

$C_1 = 1\mu$ にして、 $R_1 = 16\text{k}$ に設定する。次に τ については、 $C_1 = 1\mu$ としたので、 R_2 を可変抵抗にし、徐々に変えて、critical dampingが、かかるようにする。その結果 $R_2 = 330\text{k}$ が適値と思われるので、これを固定抵抗にとりかえた。

3.3 伝達関数の測定

測定法を図 17に示す。反転-非反転の回路図は図 18。A 点から noise 信号を入れ、反転-非反転に分けて、それぞれ Coil driver に入れる。ミラーで反射されたレーザー光を4つに分割されたPDに入射させ、伝達関数を測定する。AB間の伝達関数は、

$$H(\omega) = \frac{A}{-\omega^2 + \omega_0^2 + \frac{i\omega\omega_0}{Q}} \quad (27)$$

で表され、図 19に実験値と fit 値を示す。パラメーターは

$$A = -1.298 \times 10^4 \quad (28)$$

$$\omega_0 = 11.13 (f_0 = 1.771\text{Hz}) \quad (29)$$

$$Q = 0.7451 \quad (30)$$

を得た。

3.4 誤差信号の測定

測定法を図 17に示す。4分割PDと反転-非反転回路の間に Loop filter を入れる。Loop filter の回路図を図 22に示す。 R_1, R_2 を3通り(表 4)変えて誤差信号(C点)を測定する。その結果を図 20に示す。No.1は $f < 40\text{Hz}$ で3つの中で最も小さいが、50Hz付近でもりあがっており、No.3は40Hz以下で大きすぎる。No.2が最もよいと思われるのでこれを最終設定とし、4分割PDからの信号を feed back させない時と比較したものを図 21に示す。20Hz以上では、ほぼ同じであるが、 $f = 1\text{Hz}$ 以下で40dB以上、下がっている。

表 4: Loop filter の抵抗値

No.	R_1	R_2
1	65.3K	38.0K
2	6.8K	6.8K
3	2.2K	8.85K

(最終設定 No.2)

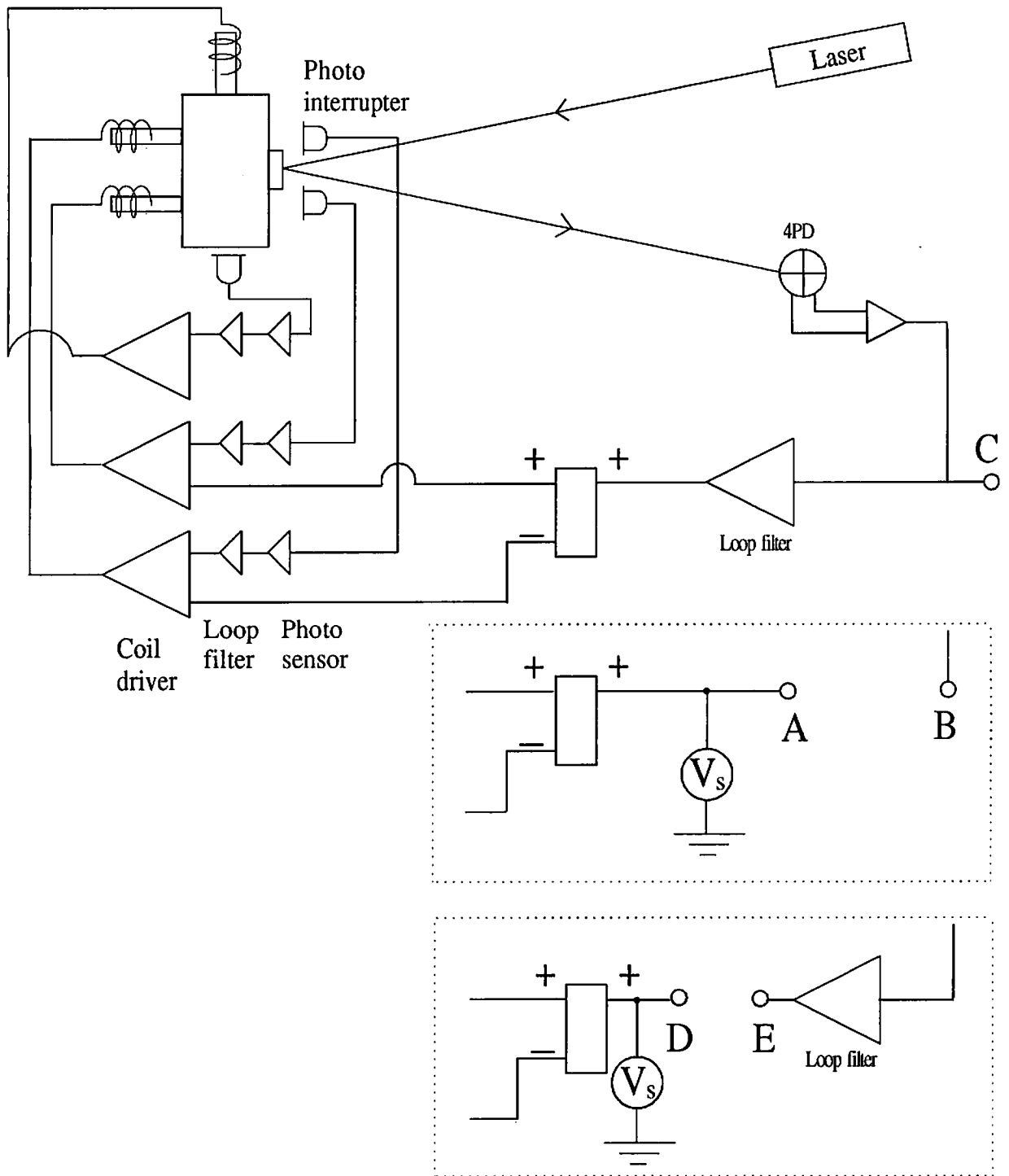


図 17: 測定法。(上図) 誤差信号 (中図) 伝達関数 (下図) Open loop の伝達関数

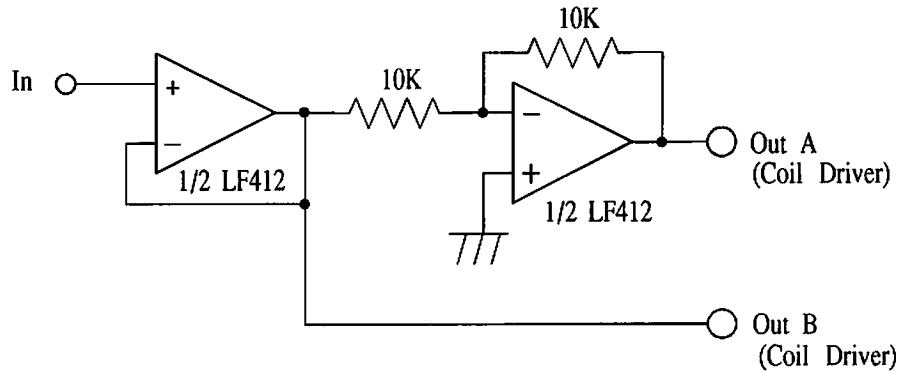


図 18: 反転 非反転回路

3.5 反射鏡の揺れ

反射鏡の角度と 4 分割 PD の出力電圧との関係を図 23 に示す。反射鏡の揺れの平均値を角度 $\theta = 0$ にした。 $|\theta| < 0.0005$ では、

$$V = -3.45 \times 10^{-2} - 4.33 \times 10^3 \theta \quad (31)$$

で表される。

3.6 Open loop の伝達関数

Open loop の伝達関数の測定法を図 17 に示す。D 点から noise 信号を入れ、D E 間の伝達関数を測る。結果を、図 24 に示す。図 19 と図 21 とから Open loop の伝達関数は、 $f = 0.01\text{Hz}$ で 100dB、 $f = 1\text{Hz}$ で 80dB 前後と推定されるが、得られた結果と合わない。

4 おわりに

周波数の安定化実験では、 $\sigma_y \sim 10^{-12}$ という値を得たが、 2mode 法ではこれくらいが限界なのだろう。磁気変調法による 2mode 法では 1桁程良くなるという報告もある[7]。また、周波数の正確さや長期安定度の点についても、調べてみる必要がある[2][4]。

反射鏡の制御実験の方は、damping がよくかかったと思う。また、反射鏡の揺れと Open loop の伝達関数の測定結果がこれら以前の実験結果と合わないのは、数週間おいたために、位置設定が変わってしまったためと思われる。

現在、幾つかの大型干渉計の建設計画 (神岡, LIGO etc) が進行中であり、完成すれば、超新星のコアの崩壊や、中性子星の相対論的合体、ブラックホールの形成などを明らかにしてくれるだろう[8][9]。

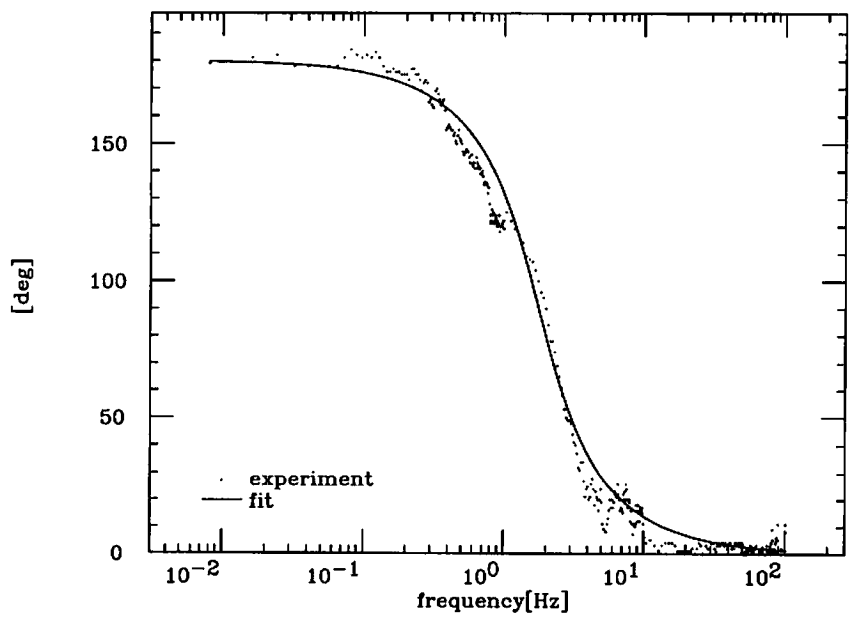
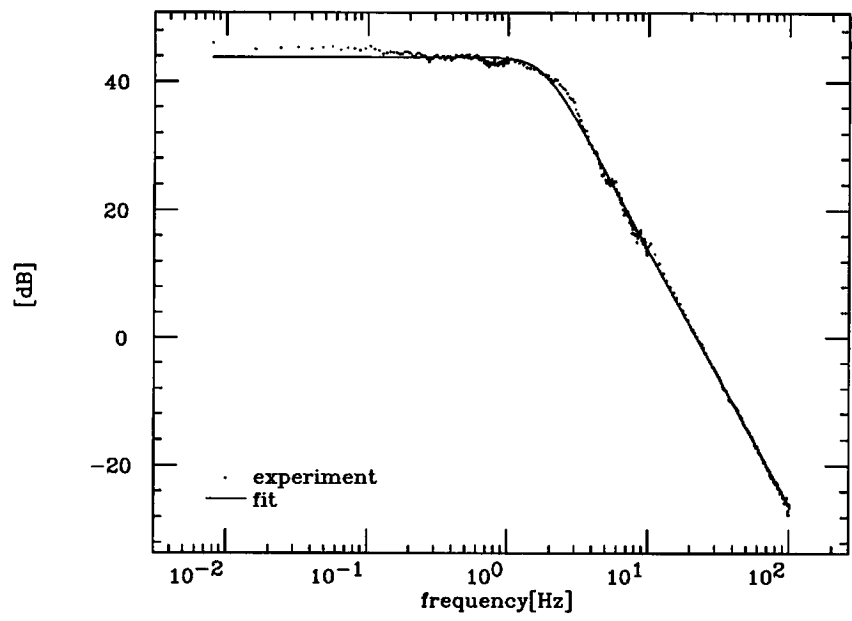


図 19: 伝達関数。点は実験値、実線は fit。

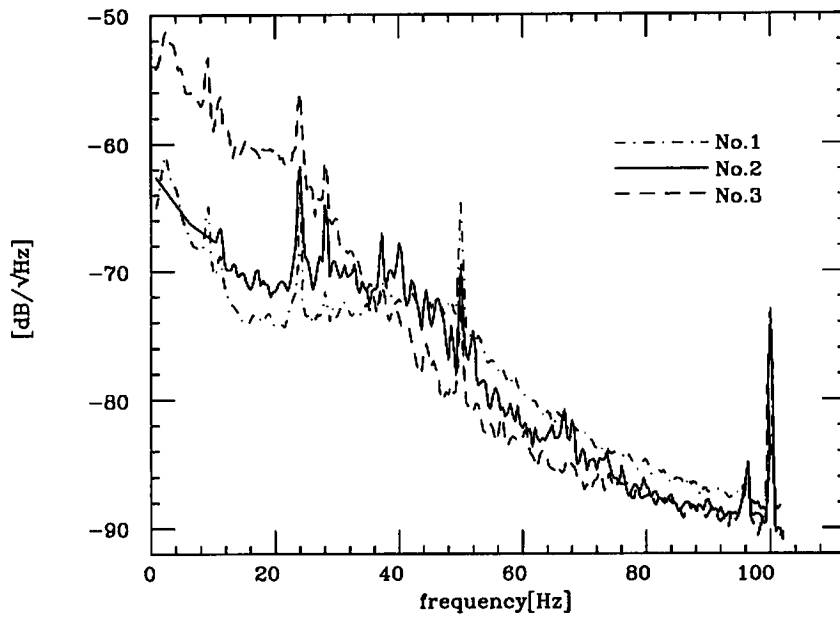


図 20: 誤差信号

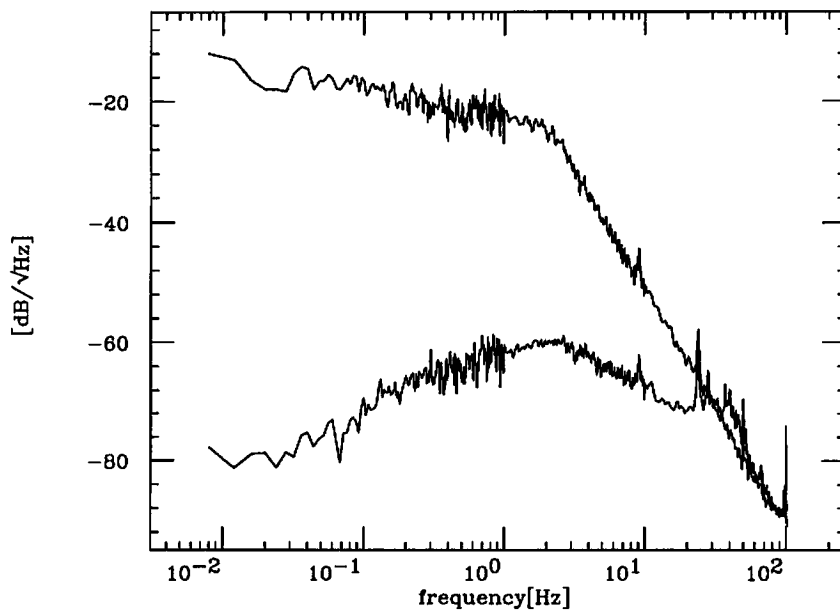


図 21: 誤差信号

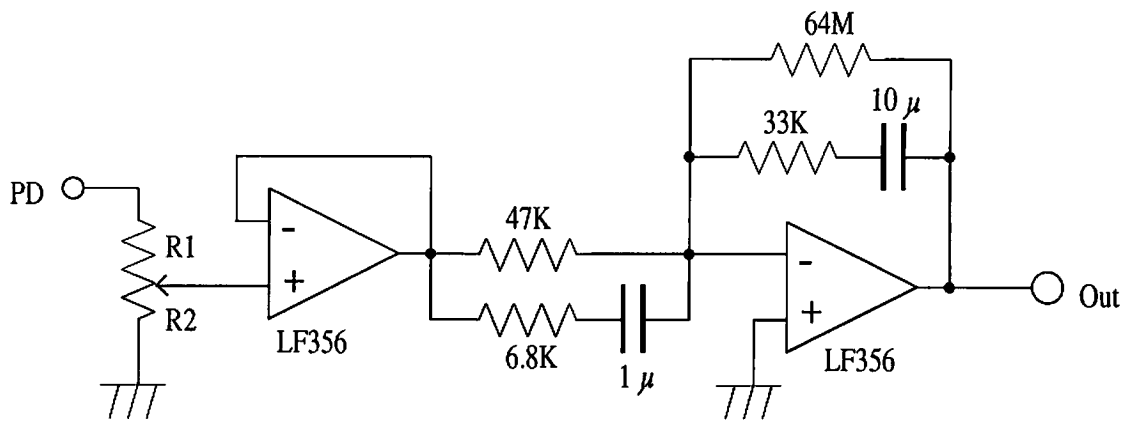


図 22: Loop filter

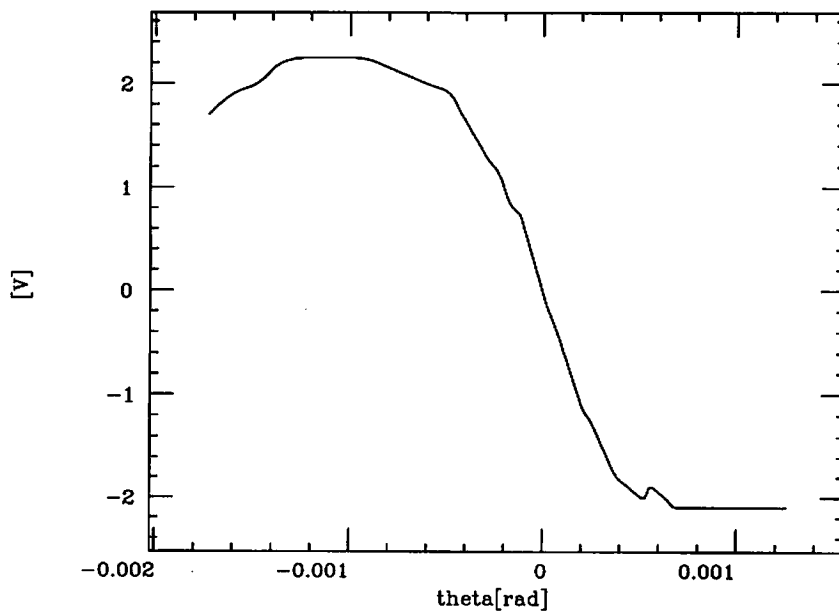


図 23: 反射鏡の角度 θ と4分割PDの出力電圧の関係

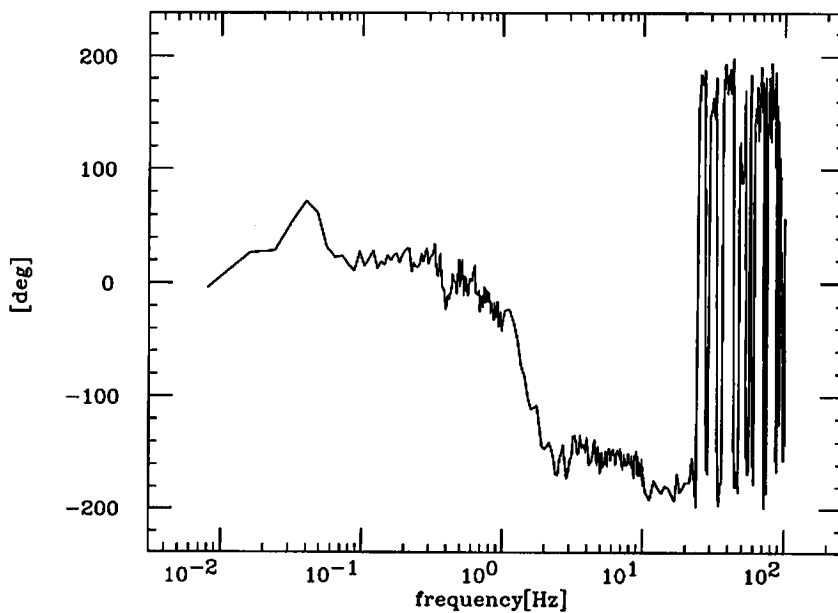
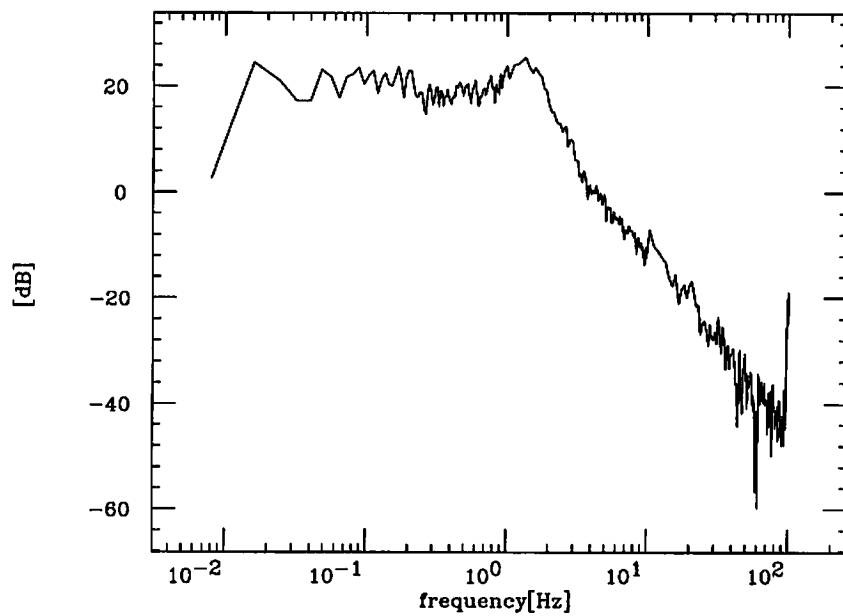


図 24: Open loop の伝達関数

参考文献

- [1] R. Balhorn, H. Kunzmann, and F. Lebowsky : "Frequency Stabilization of Internal-Mirror Helium-Neon lasers" Applied Optics Vol.11, No.4 April 1972
- [2] P E Ciddor and R M Duffy : "Two-mode frequency-stabilised He-Ne(633nm) lasers, studies of short- and long-term stability" The Institute of Physics 1983
- [3] Katuo Seta and Shigeo Iwasaki : "Frequency Stabilization of a HeNe Laser Using a Thin Film Heater Coated on the Laser Tube" Optics Communications Volume55, number 5 October 1985
- [4] T.M.Niebauer, James E.Faller, H.M.Godwin, John L.Hall, and R.L.Barger : "Frequency Stability measurements on polarization-stabilized He-Ne lasers" Applied Optics Vol.27, No.7 April 1988
- [5] 小宮山 牧 児 : "周波数と時間の計測法" 電波研究所季報 Vol.29 No.149 February 1983
- [6] 中川 賢一 : "超高コヒーレントレーザー" 光学 第19巻第10号 1990年10月
- [7] 瀬田 岩崎 尾坂 : "磁気変調法による 633nm He-Ne レーザーの周波数安定化" 光学 第16巻第7号 1987
- [8] Andrew D.Jeffries, Peter R.Saulson, Robert E.Spero and Michael E.Zucker : "Gravitational Wave Observatories" Scientific American June 1987
- [9] 坪野 公夫 : "時空のさざ波 - 重力波を求めて -" 丸善 1986