

'87年度 特別実験Ⅱ レポート (坪野研)

物理学科 4年

61033

竹内 純一

[目的]

変調重力場の方法を用いた「第5の力」検証実験において現れる、磁場の影響の考察。

【「第5の力」検証実験の原理】

① 変調重力場の方法による重力の逆二乗則検証実験

変調重力場は、本質的には下図のような「ローター」を回転させることにより作り出す。

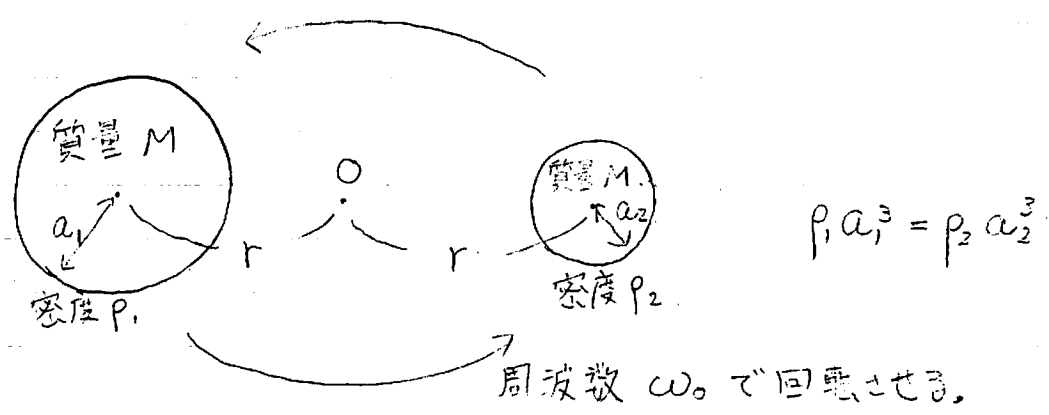


図1. ローターの概念図。(2つの球状のおもりから成る)

もし、重力場が逆二乗則に従えば、2つのおもりが作る重力場は同じ形になる。すると、変調重力場の $\cos \omega_0 t$ (あるいは $\sin \omega_0 t$) に比例する成分は0になる。なぜならば、一方のおもりのつくる重力場の成分を、 $X = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$ とすると、もう一方のおもりに関するそれは、 $A \cos(\omega_0 t + \pi) + B \sin(\omega_0 t + \pi) = -X$ となり、互いに打ち消すからである。(以下この成分を基本波あるいは一倍波と呼ぶ)

ところが、逆二乗則からのずれがあったとすると、(例えば湯川項) 2つのおもりがつくる重力場に違いが現れ、基本波は0でなくなる。したがって、基本波を観測すれば、零点法により逆二乗則の検証を行うことができる。

② 「第5の力」検証実験

「第5の力」は、アイソスピンのz成分に比例すると言われている。2つのおもりに、アイソスピンのz成分の大きき違うものを用いると、「第5の力」は基本波

に明確に表して来るはずである。そこでやはり零点法により、検証を行うことができる。

基本波の観測には重力波アンテナを用いるが、アイソスピンの成分が大きく異なる2つの材質によるアンテナを用い、両者の結果を比較する。

以上のように実験は零点法で行うのであるが、利点として測定系の精度、安定度に対する要求が大きくなく、ダイナミックレンジも小さくてよいという点で上げられるが、ローターの精度が高くなければならず、また、ローターがアンテナと同じ周波数で回るため、磁場や振動などノイズの影響を受けやすい。(2倍波を観測する直接法なら、ローターはアンテナの周波数の $1/2$ で回る。)

[実験装置]

① 全体の構成

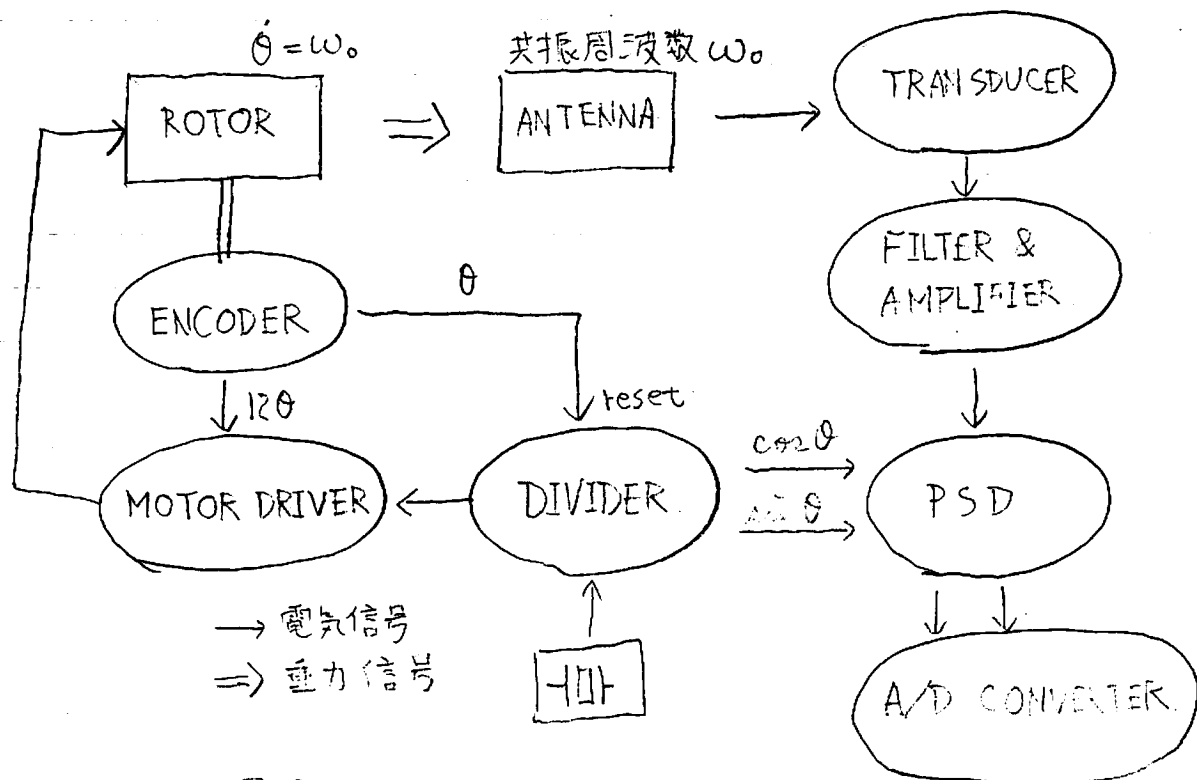


図 2

信号は図2のように流れる。ローターはアンテナの共振周波数で回転させる。アンテナの振動は電気信号に変えられ、 ω_0 付近を通すフィルターとアンプを経て PSD に入り、計算機の A/D コンバーターでサンプリングされ記録される。

デバイダーはエンコーダーからの信号でリセットし、ローターの回転位相と PSDの参照信号の位相とは一意に決められる。

②. 実際のローター

図1にローターの概念図を示したが、実際のローターのおもりは球ではなく、円柱が用いられる。完全なヌル状態を得るには球でなくてはならないのだが、球はつくるのが難しく、支持するのも困難なためである。

円柱では完全なヌル状態にはならないのであるが、形をうまく選ぶとヌルに近くなる。即ち、半径 a 、高さ h 、質量 M の円柱のつくる重力場を、重心まわりで θ に関して展開すると、

$$\Phi = -G_0 \frac{M}{r} \left\{ 1 + \frac{\delta_2}{r^2} P_2(\cos\theta) + \frac{\delta_4}{r^4} P_4(\cos\theta) + \dots \right\}$$

$$\delta_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{h^2}{3} - a^2 \right), \quad \delta_4 = \frac{1}{8} \left(\frac{h^4}{16} - a^2 h^2 + a^4 \right)$$

となる。球の場合二次以上の項はないので、 $a^2 = \frac{h^2}{3}$ として、第2項を消す。すると4次以上の項は小さいので完全ではないがヌルに近くなる。

この密度の異なる(あるいはアバズコンの成分I₃の異なる)物質には鉛とステンレスが用いられる。下の図のような2つの円柱がアルミの枠によって支持される。アルミの枠は外形が円柱であり、2つのおもりの部分はくりぬかれている。アルミの密度を ρ_{Al} 、鉛、ステンレスのそれをそれぞれ ρ_{Pb} 、 ρ_{Sus} とすると、実効的には $\rho_1 = \rho_{Sus} - \rho_{Al}$ 、と $\rho_2 = \rho_{Pb} - \rho_{Al}$ の2つの密度のおもりが回転することになる。

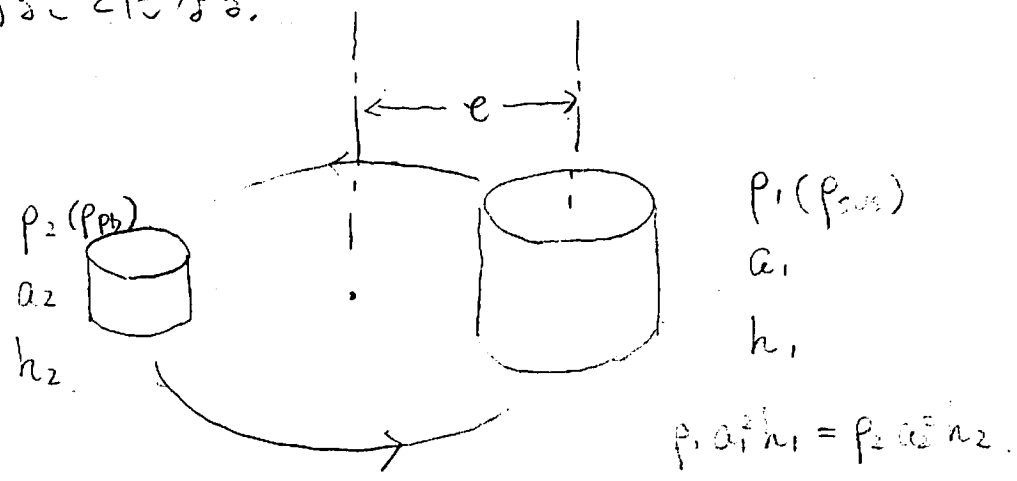


図3

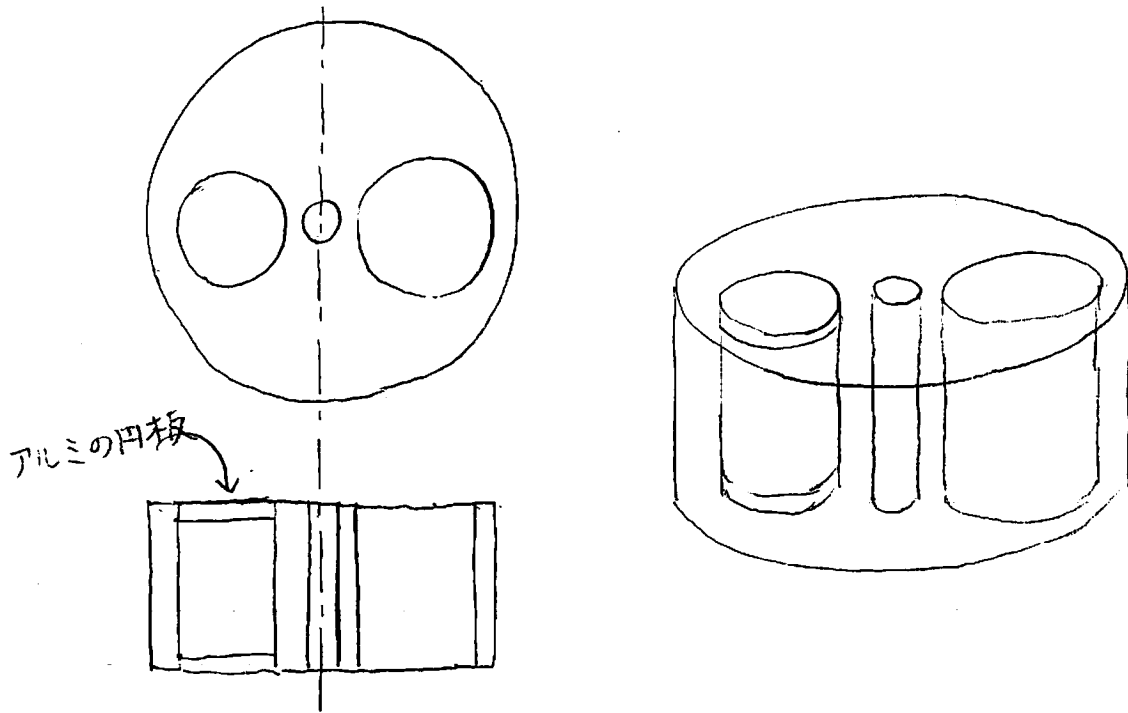


図4. おもりを枠におさめたローター

$$\rho_{Al} = 2.638 \pm 0.003 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{sus} = 7.9835 \pm 0.0006$$

$$\rho_{Pb} = 11.3341 \pm 0.0017$$

$$\rho_1 = 5.346 \pm 0.003$$

$$\rho_2 = 8.696 \pm 0.003$$

$$a_1 = 6.232 \pm 0.005 \text{ cm}$$

$$h_1 = 10.796 \text{ cm}$$

$$a_2 = 5.299 \pm 0.001$$

$$h_2 = 9.181$$

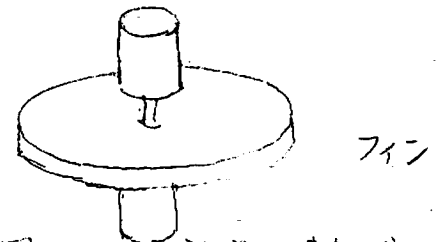
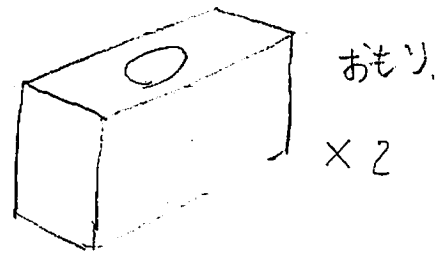
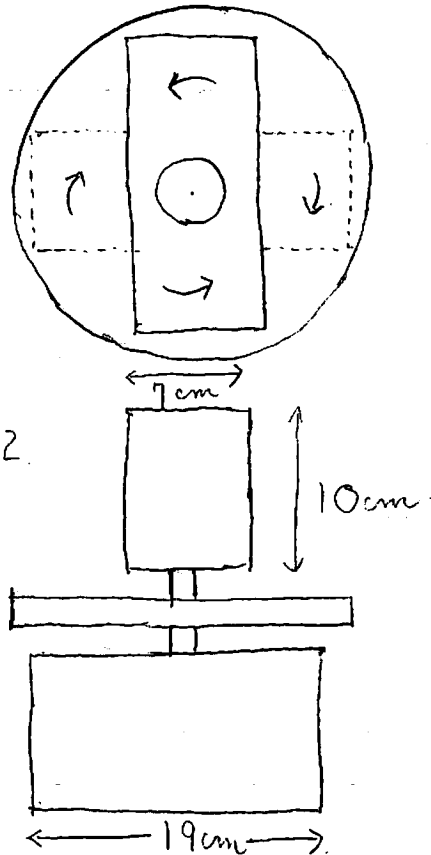
$$M = 7.041 \text{ kg} \quad (\text{実効的な質量})$$

さらに、このローターは磁場を変動させないように鉄製の枠におさめられる。

③ 重力波アンテナ

アンテナはアイソスピン密度 $1/3\mu$ の大きい真鍮製のものと、それがいさ
いアルミ製のものを別にするのであるが、目下のところアルミのものしか完成
していない。形状は下図のようなものである。

$Q_m = 6 \times 10^5$
 $\omega_0 = 2\pi \times 31.6 \text{ Hz}$
 $I = 1.22 \times 10^{-2} \text{ kg m}^2 \times 2$



上図の3つの部品を熱ばめて
組み立てる。

図5 アルミアンテナ

振動モードは図に示したように2つのおもりが変位し、フィンが静止したま
りである。このモードに対する一般化力は上下のおもりにかかる、対称軸ま
わりのトルクの差である。換算質量 I は2つのおもりの慣性モーメントの
和である。

②のローターを回転させたとき、アンテナにかかる一般化力を計算して
みる。それを T_z とおくと、

$$T_z = - \int \rho_a(\vec{x}) \vec{\omega}(\vec{x}) \nabla \cdot \underline{I} \cdot d^3x \quad (\text{微小変位の時})$$

ここで \vec{w} はローターが作る重力場のポテンシャルである。 $\vec{w}(\vec{x})$ は、

$$\vec{w}(\vec{x}) = \begin{cases} (-y, x, 0) & (z > 0) \\ (y, -x, 0) & (z < 0) \end{cases}$$

であり、アンテナの変位 \vec{u} が $\vec{u} = \theta \vec{w}(\vec{x})$ と書かれる。 θ はおもりの回転角である。

ローターとアンテナのロケーションは下図のようになる。

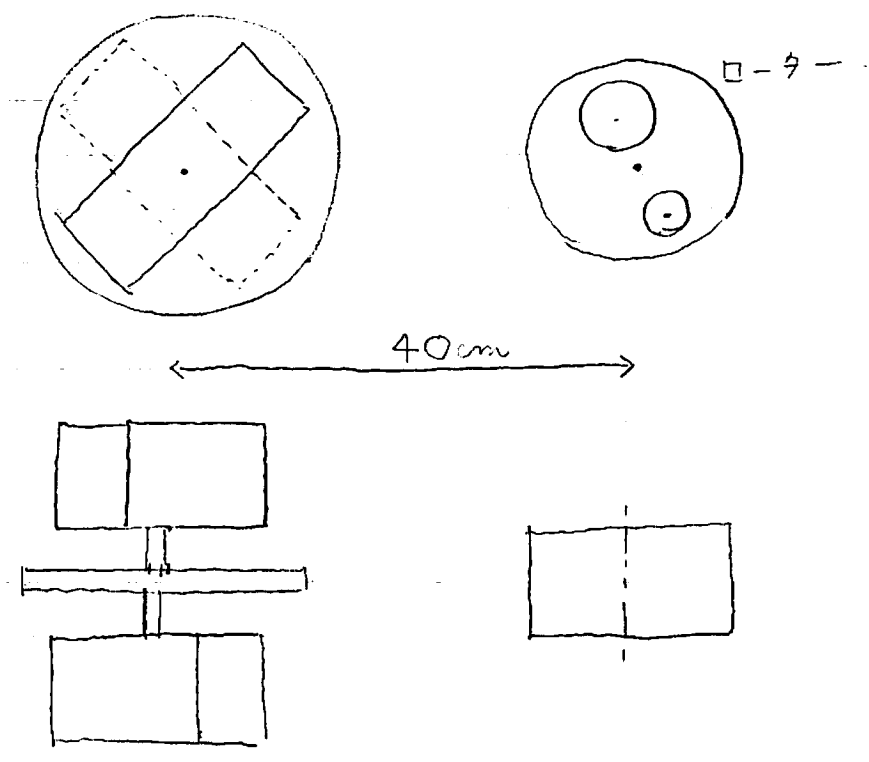


図6 アンテナとローターの位置関係

上の式を、上図に対して適当な座標をとり、計算機で数値計算をすると、 T_z が求まる。結果は、

$T_z = a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + a_3 \cos 3\omega_0 t + \dots$
としたとき、

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \times 5.8 \times 10^{-8} && \text{dyne cm} \\ a_2 &= -2 \times 2.971 \times 10^{-4} \\ a_3 &= 2 \times 6.4 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

これにより、前に述べたスリに追い状態が実現していることがわかる。
 \sin の項が出てこないのはアンテナとローターの対称性による。(時間原点を、ローターの一方のおもりがアンテナにもっとも近くなる時にとっている。)

ここで、これらの力に対するアンテナの応答を求める。力を $T_z e^{i\omega_0 t}$ とすると、アンテナの運動方程式は、

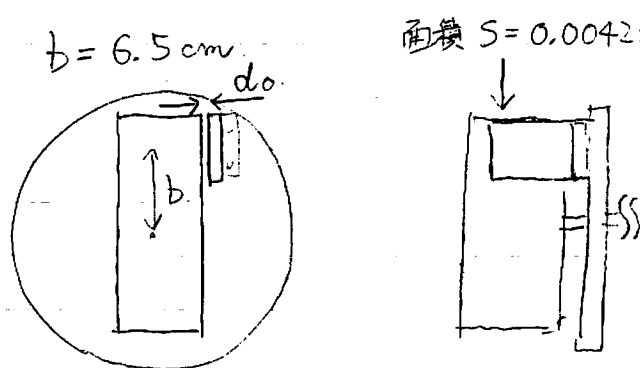
$$I \left(\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta \right) = T_z e^{i\omega_0 t}$$

$\theta = A e^{i\omega_0 t}$ とすると

$$A = \frac{Q}{i I \omega_0^2} T_z \quad \therefore |A| = \frac{Q T_z}{I \omega_0^2} \quad \text{となる。}$$

④ 信号の検出

次にアンテナの振動の検出について述べる。



基本的には左図のようにアンテナに極板をとりつけて、おもりと極板で構成されるコンデンサーの容量の変化から検出する。

図7. アンテナと極板

実際には下図のようなトランスデューサーを使う。

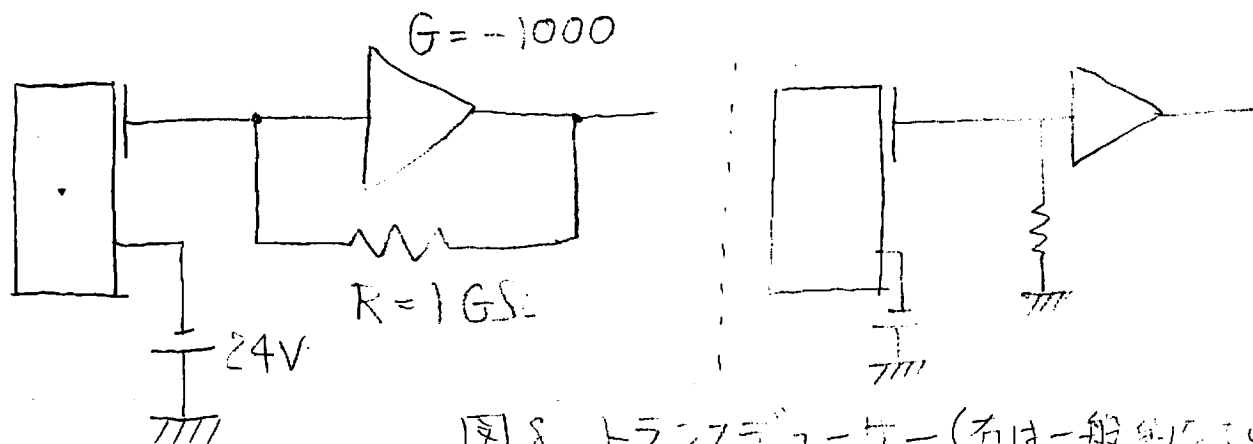


図8. トランスデューサー (右は一般的なものの)

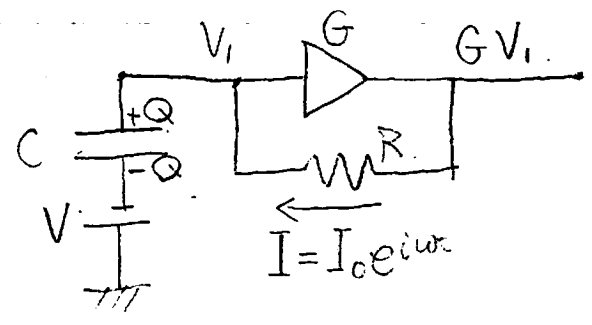
周波数の同調のために Q 値は低い方がよいから、トランスデューサーをつけると Q 値は下がる。抵抗が熱を消費するからである。一般のトランスデューサーは Q 値を下げるとして R を小さくすると、 R の熱・ノイズが増えてしまう。ところが、図のものでは、実質的な負荷抵抗値が $R/(1+G)$ と小さくなり、ノイズも $4k_B T/R$ と小さくできる。この結果 Q は 60万から、2000 ~ 5000 と小さくできた。

次に、アンテナの振幅が θ のときのトランスデューサーの出力を求め、静止時のコンデンサーの容量を C_0 、極板間隔を d_0 とする。

このとき、
$$d_0 = \frac{\epsilon_0 S}{C_0}$$
 である。

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{\Delta d}{d_0} = e$$
 とおく。即ち、

$$C = C_0 + \Delta C e^{i\omega t}$$
 とする。



さらに左図のように、 I, Q, V_1 を定める。

$$\dot{Q} = I_0 e^{i\omega t}$$

$$Q = Q_0 + \frac{I_0}{i\omega} e^{i\omega t}$$

$$V_1 = \frac{Q_0 + \frac{I_0}{i\omega} e^{i\omega t}}{C_0 + \Delta C e^{i\omega t}} - V$$

$$\therefore V_1 = \frac{1}{C_0} \left\{ Q_0 + \left(\frac{I_0}{i\omega} - e Q_0 \right) e^{i\omega t} \right\} - V$$

さて、 $GV_1 - V_1 = R I_0 e^{i\omega t}$ であるから

$$\therefore I_0 = \frac{e V_0 (1-G)}{R + \frac{1-G}{i\omega C_0}}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{V_1}{e^{i\omega t}} &= \frac{eV_0(1-G)}{i\omega C_0 R + (1-G)} - \frac{eQ_0}{C_0} \\
 &= \frac{eV_0(1-G)}{i\omega C_0 R + (1-G)} - eV_0 \\
 &= \frac{e i \omega C_0 V_0 R}{(1-G) + i\omega C_0 R} \\
 &= \frac{e R V_0}{R + \frac{(1-G)}{i\omega C_0}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore V_{out} = G V_1 = \frac{e G V_0}{1 + \frac{G-1}{\omega R C_0}} e^{i\omega t}$$

$$\text{さて、} \Delta d = b\theta, \quad \therefore e = \frac{b\theta}{d_0} = \frac{C_0 b\theta}{\epsilon_0 S} \quad \text{となる。}$$

トランスデューサーを出た信号はさらに 1000 倍に増幅されるから、 $Q=5$ のバンドパスフィルターを 2 重に通し、PSD に入る。PSD は、2 倍または 100 倍である。(基本波は 100 倍、2 倍波は 2 倍)

⑤ アンテナの環境

アンテナは防振系につるさし、真空タニクに入れられており、振動や音をひるさないようになっている。

磁気のシールドのため、 μ メタルの円筒の中にアンテナはつるさしている。シールドの効果は 50 dB である。

[誤差 (磁場を除く)]

① 統計誤差

アンテナの熱運動による誤差は、

$$\langle \Delta T_z^2 \rangle^{1/2} = 2 \sqrt{\frac{I_{\text{weight}}}{C_m}} \frac{1}{\sqrt{T_m}}$$

で、我々の実験の場合 $T_m = 32 \text{ min.}$ であるから、

$$\langle \Delta T_z^2 \rangle^{1/2} = 8 \times 10^{-8} \text{ dyne cm} \text{ である。}$$

② ローターの設計値からのずれ

ローターは、回転軸と慣性主軸が完全に合っていないとノイズを出す。これは鉛のおもりで修正するが、この精度は $\pm 2\%$ である。これによる誤差は、

$$|\Delta T_z| < 3 \times 10^{-7} \text{ dyne cm}$$

である。

[実験の実際]

① 磁気シールドのない状態での測定

この時期は組み立て型アンテナの欠点が出てなかなか測定ができなかった。熱がぬれた部分にひずみが生じているために、電圧が少しづつ解放される時にアンテナが自然に励起していたようである。サンプリングのグラフから(A)からもその様子は読みとれる。基本波は60分のサンプリングを行いそのうち励起のおこっている部分を用いた。2倍波は4分のサンプリングを行った。

② 磁気シールドをおいての測定

このときにはすでにアンテナの問題は解決されていた。基本波、2倍波ブラウン運動、それぞれ2分のサンプリングを行った。

[結果] 2倍波は基本波をトルクに換算するために測定

①-1 磁気シールドなし、2倍波、 $Q=4618$, $\omega_c=31.6392\text{ Hz}$

	COS-comp.	SIN-comp.	強さ	偏角
平均	-4.78771	7.397916	8.81	123°
σ	0.010193	0.009871		

①-2 磁気シールドなし、基本波 $Q=4642$, $\omega_c=31.6398\text{ Hz}$

	COS-comp.	SIN-comp.	強さ	偏角
平均	-1.11	0.02		
σ	0.89	0.98		

グラフ(A)参照

6ページの数値計算から、アンテナにかわる力の理論値は

$$T_z^{th} = (1.2 \times 10^{-7}) \cos \omega t \text{ dyne cm}$$

実験値は

$$T_z^{EX} = T_{zc}^{EX} \cos \omega t + T_{zs}^{EX} \sin \omega t$$

と書くと、上の結果から

$$T_{zc}^{EX} = (8 \pm 3) \times 10^{-7} \text{ dyne cm}$$

$$T_{zs}^{EX} = (12 \pm 3) \times 10^{-7} \text{ dyne cm}$$

②-1, 磁気シールドあり、ブラウン運動、グラフ(B)

	COS-comp.	SIN-comp.
平均	0.19623	-0.10131
σ	0.7471	0.5531

②-2, 磁気シールドあり、2倍波、 $Q=2272$, $\omega_c=31.6476\text{ Hz}$ 、グラフ(C)

	COS-comp.	SIN-comp.	強さ	偏角
平均	-4.75170	9.00677	6.2157	140°
σ	0.0182	0.0265		

②-3 磁気シールドあり、基本波 $Q=2272$, $\omega_0=31.6 \times 10^6$ グラフ(D)

	COS-comp.	SIN-comp.
平均	-0.30714	-0.62463
σ	0.7230	0.8160

(※途中で位相が 15° ずれてしまった。)

①のときと同様に計算すると、ローターが ω_0 でまわっているときのトルクの実験値は

$$T_{zc}^{EX} = (3 \pm 3) \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$$

$$T_{zs}^{EX} = (13 \pm 3) \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$$

であるが、さらに位相のずれを考えると、 T_{zc}^{EX} には、

$$13 \times 2\pi \times \frac{15}{360} = 3.4 \text{ の半分程度の誤差がふくまれている可能性がある。よって、}$$

$$T_{zc}^{EX} = (3 \pm 5) \times 10^{-7} \text{ dyne cm. とするのがよい。}$$

[考察]

1. ブラウン運動について。

ブラウン運動における電圧の平均値は $\langle V_x \rangle = 0.196$, $\langle V_y \rangle = -0.101$ である。これをトルクに換算すると、

$$x \text{ 成分} : 3.74 \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$$

$$y \text{ 成分} : -1.93 \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$$

となり、熱雑音の $0.8 \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$ の三倍程度であり、大きいといえる。アンプなどのノイズのためか、あるいは防振系に問題があったのかもしいない。

2. 磁場について。

[結果]の①-2によると、明らかに何らかのノイズがある。

理論値からのずれをすべて磁場の影響とすると、

$$T_z^M = 13.9 \times 10^{-7} \text{ dyne cm. となり、}$$

したがって、 $|T_z^M| < 14 \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$ となる。

次に磁気シールドのある場合と比較する。系統誤差は2つの場合に同じように現れるはずであるから、差をとると消える。したがって、

$$(T_{ZC}^{EX})_{\text{①}} - (T_{ZC}^{EX})_{\text{②}} = (5 \pm 2) \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$$

$$(T_{ZS}^{EX})_{\text{①}} - (T_{ZS}^{EX})_{\text{②}} = (-1 \pm 0.8) \times 10^{-7} \text{ dyne cm.}$$

で、ここで ①は磁気シールドなし、②はありの場合である。

これを見ると COS 成分は $(60 \pm 25)\%$ 減っているが、
sin 成分はほとんど変わっていないといえる。

本来、磁場の影響は磁気シールドで 100分の1以下になるはず
であるから、この減少した分を磁場と考えると、

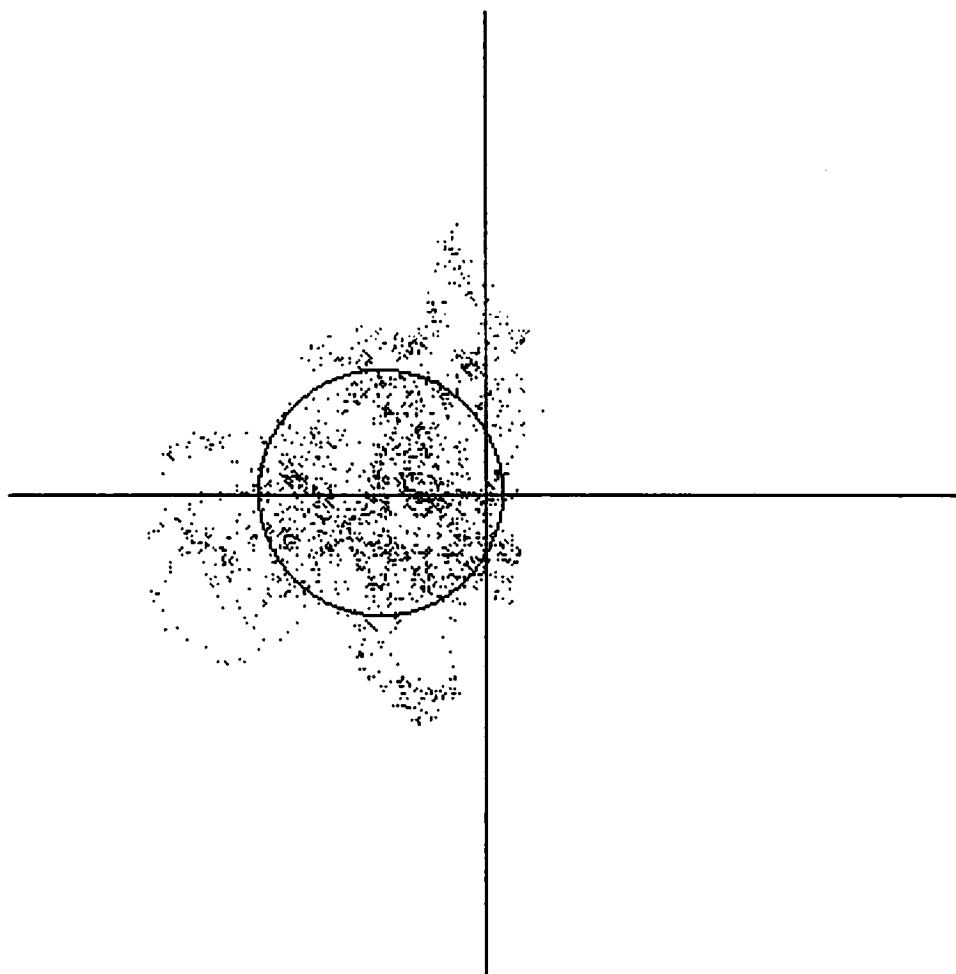
$$|T_Z^M| \lesssim 5 \times 10^{-7} \text{ dyne cm}$$

とするのが良いだろう。

すると、理論値からのずれの他の成分が問題になる。そのような
ずれが、COS 成分に大きく現れ、sin 成分に小さいのなら、それは
ローターの 鉛とステンレスがフクリ出していると考えられる。しかし、
今の場合、sin 成分に大きく出てしまっているため、ローターの、おもり
とは関係のない部分からの信号や、ローターの振動などが影響して
いるとしか考えられない。そのため、このデータは見積りよりも大きな誤差
を含んでいるであろう。したがって、残念ながら本来の目的である第5
の力の評価は、残念ながらすることはできなかった。

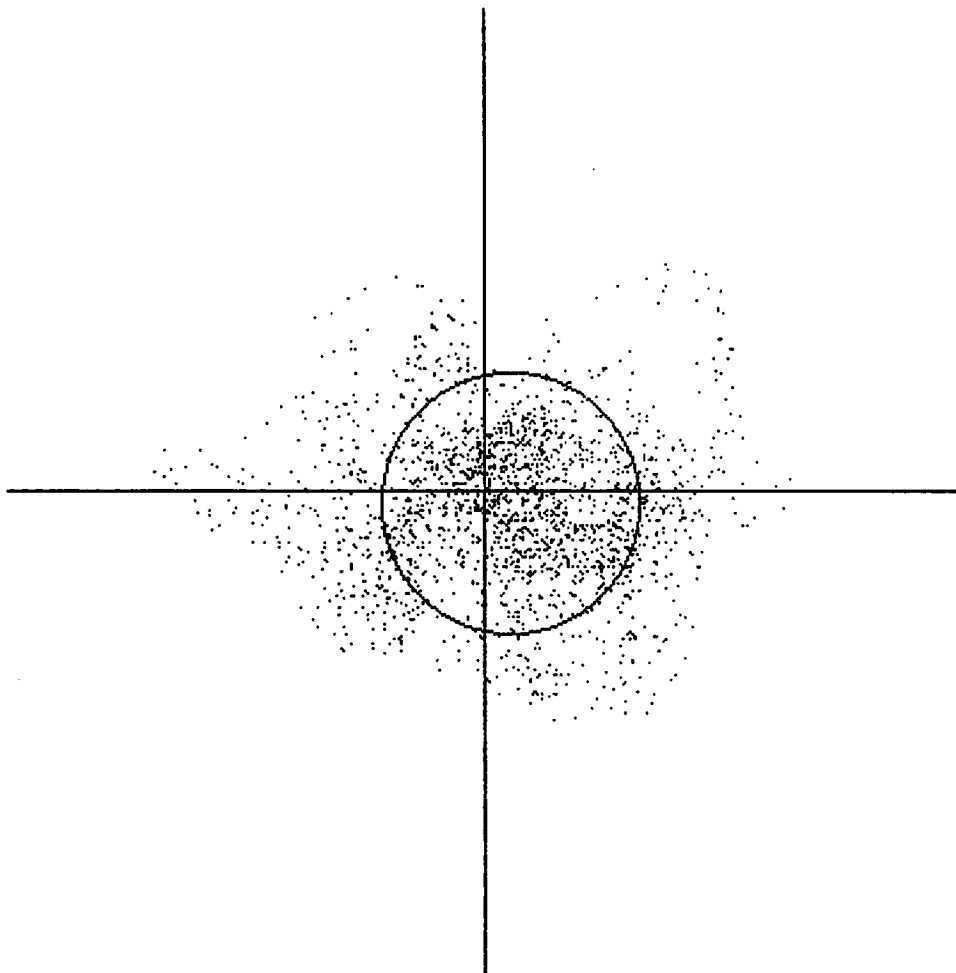
グラフA : 磁気シールドなし、基本波

File name : a:altest3.dat
No. 1 → No. 8
Center : (.000 , .000)
Scale : 2.000
Vx : -3.600 → .620
<Vx>= -1.11043 σ_x = .890
Vy : -2.445 → 2.845
<Vy>= .01703 σ_y = .979



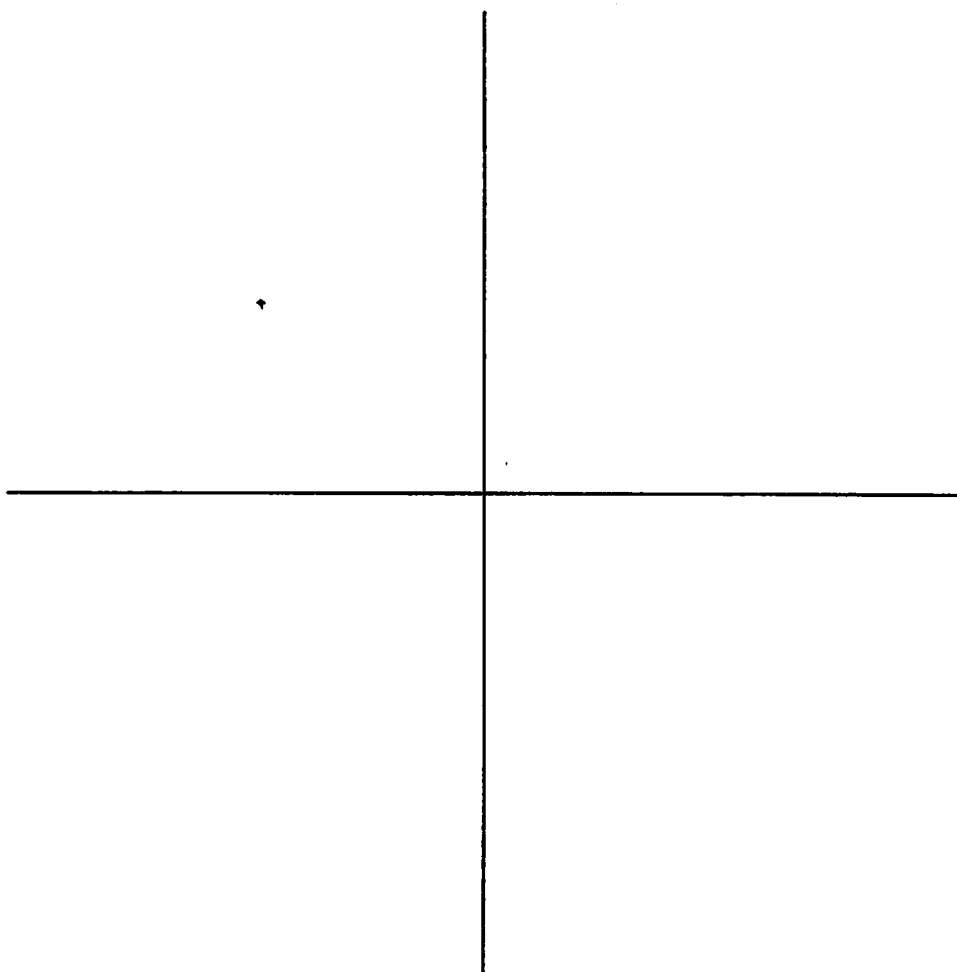
File name : a:altest6.dat
1 → No. 8
Center : (.000 , .000
Scale : 3.000
Vx : -2.350 → 2.185
<Vx>= .19623 σ_x = .747
Vy : -1.625 → 1.600
<Vy>= -.10131 σ_y = .553

グラフ B : ブラウン運動



グラフ C : 磁気シールドあり 2倍波

File name : a:altest8.dat
No. 1 → No. 7
Center : (.000 , .000
Scale : 1.000
Vx : -4.815 → -4.705
<Vx>= -4.75190 σ_x = .018
Vy : 3.935 → 4.060
<Vy>= 4.00679 σ_y = .026



グラフ D : 石磁気シールドあり 基本波

File name : a:altest7.dat
No. 1 → No. 8
Center : (.000 , .000)
Scale : 3.000
Vx : -2.285 → 1.560
<Vx>= -.30714 σ_x = .7239
Vy : -2.625 → 1.705
<Vy>= -.62463 σ_y = .8160

