

No.

Date . . .

'87年度 特別実験Ⅱ レポート (坪野研)

物理学科 4年

61040 中野 淳

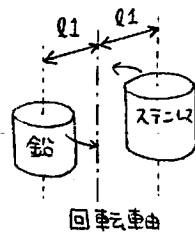
§1. 実験内容

この実験では、零点法による重力の逆2乗法則の検証にあたって障害となる、ローターが発生する磁場の影響が調べられた。零点法による重力の逆2乗法則の検出実験では、質量が等しく組成の異なる2つの物体(なるべく球形に近いのが望ましい)をその重心のまわりに回転させ(この系のことをローターと呼ぶ)、それが作る重力場を重力波検出用の4重極アンテナで受ける。2つの物体が完全に球形だと、逆2乗法則のもとでは、ローターの作る重力場をFourier展開した場合、ローターの回転周波数の奇数倍のFourier成分は零になるのだが、もし重力が逆2乗法則に従わないとすると、奇数倍波の成分は零にはならない。このようなある値が零になるか、ならないかを測定する方法は零点法といって、高い精度を得やすいという利点があるのだが、その反面、実験のセッティングにあたっての困難が付きまとう。誤差の主な要因は2つあって、1つは上述したローター自身が作る磁場、もう1つはローターを構成する2つのおもりの質量(おもりはアルミの中に埋め込まれているので、正確には有効質量)の微細な差である。今回の実験では、このうち前者が実験に与える影響の測定、およびシールドによる磁場の遮蔽が試みられた。

§2. 実験装置

2-1. ローター

2つのおもりは、鉛とステンレスの円柱からなり、それぞれはアルミの枠によって支持されている。各パラメータの値は表1に示した。



おもりの回転半径 $R_1 = 7.600 \text{ cm}$

	ステンレス	鉛
有効密度 $\rho_r [\text{g/cm}^3]$	5.346	8.695
半径 $r_1 [\text{cm}]$	6.232	5.299
高さ $h [\text{cm}]$	10.796	9.181

<表 1>

2-2. アンテナ

図1, 図2にあるような重力波検出用の4重極アンテナを用いた。

真空中でトランスデューサーをつけずに測定したアンテナのQ値は、 6.0×10^5 であった。

トランスデューサーをつけた状態でのQ値、及び共振角周波数 ω_0 は、実験の都度、測

定したが、平均して、

$$Q = 2.27 \times 10^3, \quad \omega_0 = 31.65 [\text{Hz}]$$

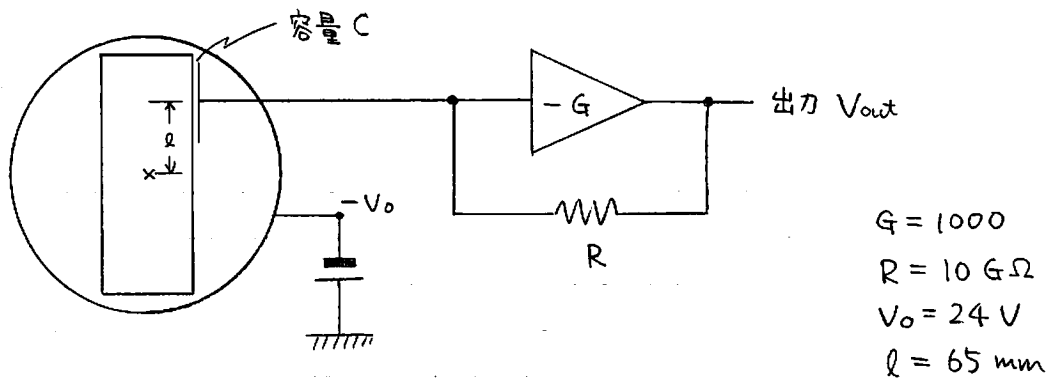
であった。また、アルミ・アンテナのおもり1個あたりの慣性モーメントは、

$$I = 1.222 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

である。

2-3. トランスジューサー

アンテナの振動を電気信号に変換するために用いられた静電型トランスジューサーの概略を下図に示す。

出力電圧 V_{out} の理論的計算

アンテナのおもり(1個)の慣性モーメントを I 、ねじ山の角を θ 、おもり1個にかかるトルクのも成分を T_z とすると、アンテナのおもりの運動方程式は、

$$I(\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta) = T_z e^{i\omega_0 t} \quad \text{--- ①}$$

となる。但し、 Q 及び ω_0 はトランスジューサーをつけたときの Q 値、及び共振周波数である。①に、 $\theta = \theta_0 e^{i\omega_0 t}$ を代入すると、

$$\theta_0 = \frac{QT_z}{iI\omega_0^2}, \quad \theta = \frac{QT_z}{I\omega_0^2} e^{i(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})} \quad \text{--- ②}$$

を得る。そこで改めて、 $\theta_0 = \frac{QT_z}{I\omega_0^2}$ 、 $\theta = \theta_0 e^{i\omega_0 t}$ とおくと、アンテナのおもりと極板間の距離 d は、

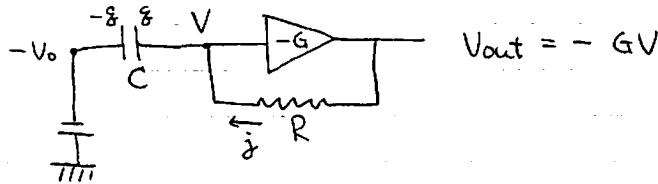
$$d \cong \text{Re}(d_0 - l\theta_0 e^{i\omega_0 t}) \quad (\because \theta_0 \ll 1)$$

と書ける。(マイナス符号は便宜上のものである。) 以下、 d や C を複素化した計算をする。

$d = d_0$ のときのコンデンサの容量を C_0 とおくと、一般の場合では、

$$C = C_0 \frac{d_0}{d} = C_0 \left(1 - \frac{\Delta d_0}{d_0} e^{i\omega_0 t}\right)^{-1} \cong C_0 (1 + \epsilon e^{i\omega_0 t}) \quad \text{--- ③}$$

である。($\Delta d_0/d_0 = \epsilon (\ll 1)$ とおいた。)



また、抵抗 R を図の向きに流れる電流を $i = i_0 e^{i\omega_0 t}$ とおくと、 $i = i_0$ より、

$$q = q_0 + \frac{i_0}{i\omega_0} e^{i\omega_0 t} \quad (q_0 = C_0 V_0) \quad \text{--- ④}$$

回路の方程式は、

$$\left. \begin{aligned} &-(G+1)V = iR \\ &V = -V_0 + \frac{q}{C} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- ⑤}$$

$$\left. \begin{aligned} &-(G+1)V = iR \\ &V = -V_0 + \frac{q}{C} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- ⑥}$$

⑤、⑥より $-\frac{R}{G+1} i = -V_0 + \frac{q}{C}$, ここに ③、④ を代入して、

$$\begin{aligned} -\frac{R}{G+1} i_0 e^{i\omega_0 t} &\cong -V_0 + \left(q_0 + \frac{i_0}{i\omega_0} e^{i\omega_0 t} \right) \frac{1}{C_0} (1 - \epsilon e^{i\omega_0 t}) \\ &\cong \left(\frac{i_0}{i\omega_0 C_0} - \epsilon V_0 \right) e^{i\omega_0 t} \quad (\text{2次の微小量を無視した}) \end{aligned}$$

$$\therefore i_0 = \frac{\epsilon V_0}{\frac{R}{G+1} + \frac{1}{i\omega_0 C_0}}$$

従って、

$$V_{out} = -GV = \frac{G}{G+1} iR = \frac{G}{G+1} \frac{\epsilon V_0 R}{\frac{R}{G+1} + \frac{1}{i\omega_0 C_0}} e^{i\omega_0 t}$$

$$|V_{out}| = \frac{G}{G+1} \frac{\epsilon V_0 R}{\sqrt{\left(\frac{R}{G+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega_0 C_0}\right)^2}} \propto |T_2| \quad \text{--- ⑦}$$

となる。この式はあとで、実験値と比較する際に使う。($|V_{out}|/\sqrt{2}$ が電圧の実効値を与える。)

§3. 誤差

アンテナの熱運動による誤差は、平均時間 T_m では、

$$\langle \Delta T_z^2 \rangle^{1/2} = 2 \sqrt{\frac{I \omega_0 k_B T}{Q_m}} \frac{1}{\sqrt{T_m}}$$

で表わされ、測定時間とともに小さくなる。ここで T はアンテナの温度、 Q_m はトランスデューサーをつけない状態で真空中で測った Q 値である。 ($Q_m = 6.0 \times 10^5$)

この値を評価してみると、 $T = 17^\circ\text{C}$ 、 $T_m = 32 \text{ min}$ (8 record の測定時間) では、

$$\langle \Delta T_z^2 \rangle^{1/2} = 4.1 \times 10^{-15} \text{ Nm} \quad \text{--- ⑧}$$

となる。

一方、ローターの質量のアンバランス ($\pm 2g$) に起因する誤差は、

$$|\Delta T_z| \sim 1.5 \times 10^{-14} \text{ Nm} \quad \text{--- ⑨}$$

である。従って、磁場による誤差を除けば、ローターのアンバランスからくる誤差が支配的である。

§4. 実験結果・考察

測定は条件を変えながら合計5回行った。(いずれもローターの中心と
 ピンツの中心との間の距離は40cmにとった。以下にその条件を示す。

ファイル名	円筒形のμ-metal shieldの有無	測定の対象	gain	Q値	ω_0 [Hz]
altest3	X	1倍波	10^5	4.642×10^3	31.6398
altest5	X	2"	2×10^3	4.618×10^3	31.6392
altest6	O	Brown運動	10^5	2.268×10^3	31.6495
altest7	O	1倍波	10^5	2.272×10^3	31.6496
altest8	O	2"	2×10^3	"	"

(altest3,5とそれ以外とでQ値が大きく異なるのは、その間に極板を1回
 とりはずしたためである。)

また、出力電圧[V]は別表3に掲げ、さらにaltest3,6~8については図3~6に
 channel 1とchannel 2の出力の2次元plotも付した。

ローターが及ぼすトルクのFourier成分は数値積分の結果、

$$\left\{ \begin{array}{l} 1倍波 : T_z^{cal}(1) = 5.8 \times 10^{-15} \text{ [Nm]} \cos \omega_0 t \\ 2倍波 : T_z^{cal}(2) = -2.971 \times 10^{-14} \text{ [Nm]} \cos 2\omega_0 t \end{array} \right.$$

となった。式⑨より トランスデューサーからの出力 $|V_{out}|$ と $|T_z|$ とは比例関係
 にあるが、その比例定数を(事実上誤差の無視できる)2倍波のデータから決定しよう。

	$ V_{out}^{exp} $	$ V_{out}^{cal} $ (⑨による)	$ V_{out}^{exp} / V_{out}^{cal} $	$ T_z^{cal}(2) / V_{out}^{exp} $
altest5	4.41 mV	3.7 mV	1.19	$6.76 \times 10^{-9} \text{ [Nm/V]}$
altest8	3.11 mV	2.4 mV	1.29	$9.58 \times 10^{-9} \text{ [Nm/V]}$

上の表から、 $|V_{out}|$ の理論値と実験値とは、まあまあ的一致をみせていることが
 わかる。以降 (トルク)/(出力電圧) の換算定数は、altest3,5に対しては、 $6.76 \times 10^{-9} \text{ [Nm/V]}$
 altest6~8に対しては、 $9.58 \times 10^{-9} \text{ [Nm/V]}$ の値を用いることにする。

次に1倍波について、考察する。理論計算では、前に掲げた様に

$$T_z^{cal}(1) = 5.8 \times 10^{-15} \cos \omega_0 t \quad [\text{Nm}]$$

であり、sin成分については、アンテナの上下の重りの効果が打ち消し合うためにゼロになるのだが、実験結果からは、次の様な結論がでた。

• altest 3 (shield なし) では、

$$T_z^{exp}(1) = (4 \pm 1.5) \times 10^{-14} \cos \omega_0 t + (6 \pm 1.5) \times 10^{-14} \sin \omega_0 t \quad [\text{Nm}]$$

• altest 7 (shield あり) では、

$$T_z^{exp}(1) = (1.5 \pm 1.5) \times 10^{-14} \cos \omega_0 t + (6.5 \pm 1.5) \times 10^{-14} \sin \omega_0 t \quad [\text{Nm}]$$

但し、誤差は、アンテナの熱運動による誤差は無視し、ローターのアンバランスからくる

誤差(式④)のみを採った。 $T_z^{cal}(1)$ と $T_z^{exp}(1)$ を比較してみれば

わかるように、1倍波では、変調重力場による信号は見えない。

shieldのある場合とない場合での、 $T_z^{exp}(1)$ のcos成分の相違が、すべてローターの発生する磁場による影響だと仮定すると (shieldをつけることにより、磁場は1/100になるので)、 $|T_z^{mag}| = 2.5 \times 10^{-14} [\text{Nm}]$ となる。実際には磁場以外にもアンテナを励起させる要因があるかも知れないので、

$$|T_z^{mag}| < 2.5 \times 10^{-14} [\text{Nm}] \quad (\text{shieldの無い状態})$$

と評価される。(上の計算で、ローターのアンバランスからくる誤差 $(\pm 1.5 \times 10^{-14} [\text{Nm}])$

は、ローターに対する位置関係が決まっている量なので、shieldのある場合とない場合のトルクを辺々引き算する際に消えてしまう。)

当初はローターが発生する磁場の影響を調べるのが目的であったが、shieldの有無によるトルクの違いが顕著ではなく、確定的な結論を下すとはできなかった。また、本来ゼロである筈のsin成分が、cos成分と同じ程度の大きさを持つ理由も不明である。(お5のカタと推論するにはオ-ダ-が大きすぎる!) 結局、ローターの精度の改善(及び防塵・磁気遮蔽の改良)が零点法のセッティングを完璧にする上で不可欠だと思わしむ。

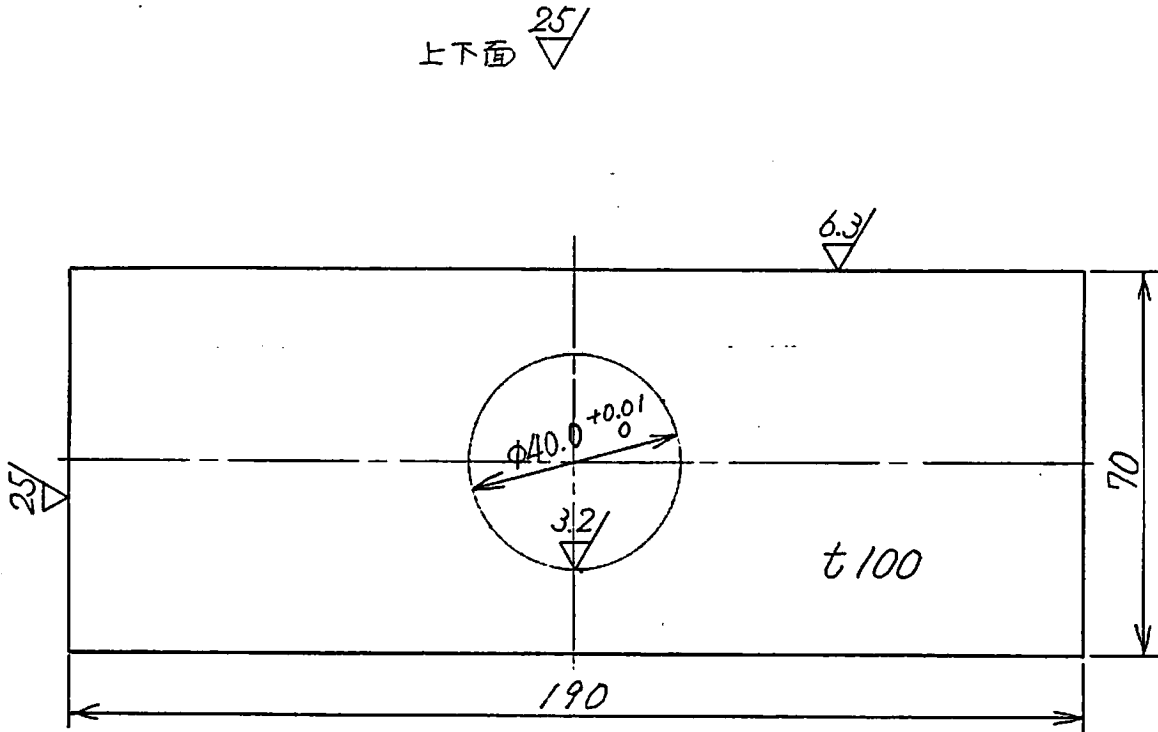
<図 1>

アルミアンテナ用おもり

1:√2

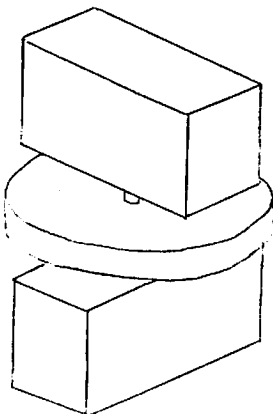
アルミ合金 5056

2個



注) 穴には、アンテナ用軸が熱はめされます。

記入なき公差 ±0.1



組み立てたときの
アンテナの概観。

坪野研

4142

赤坂

<図2>

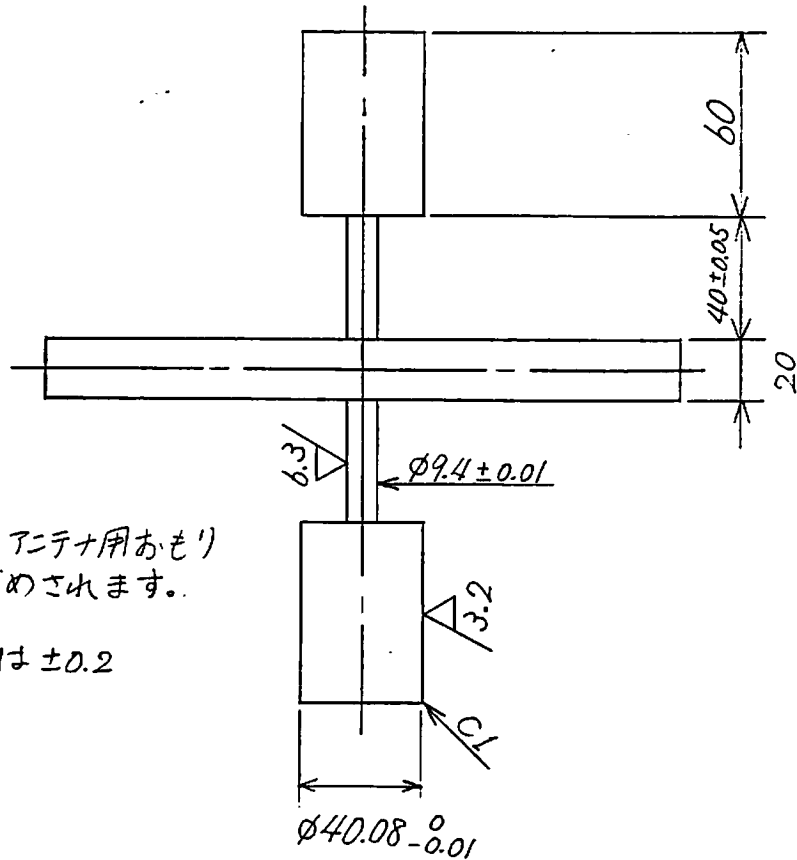
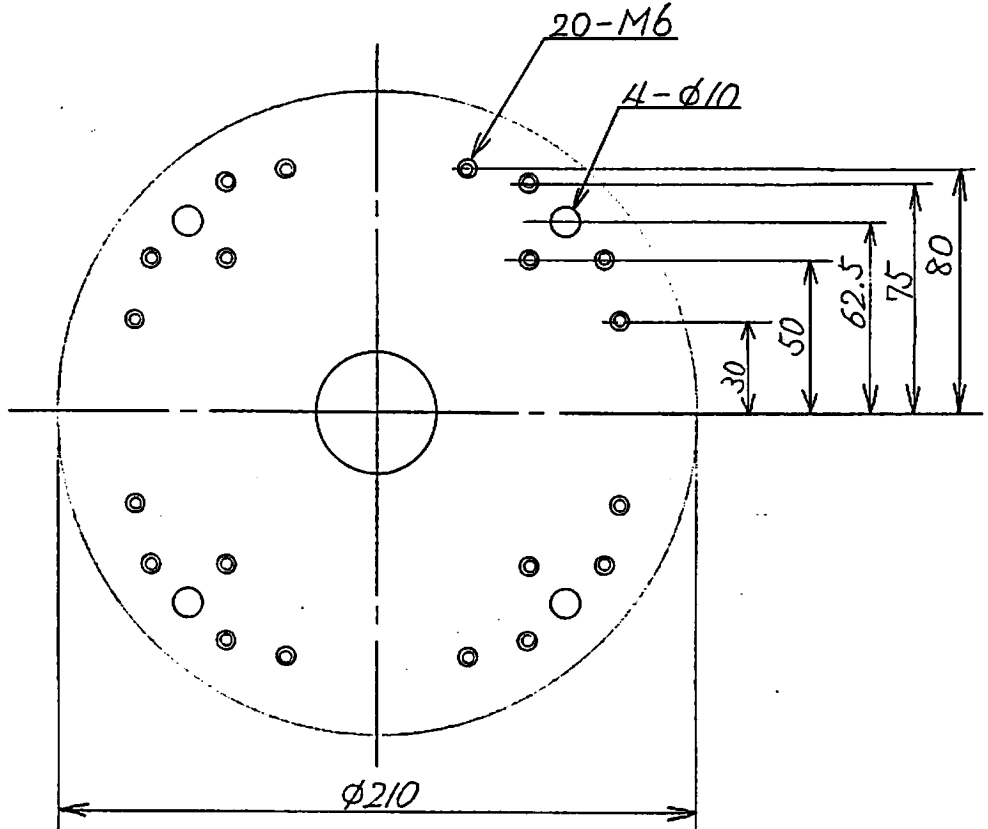
アルミアンテナ用首

1:2.5

25/ (6.3/ 3.2/)

アルミ合金5056

1個



注) 上下の軸は、アンテナ用おまりの穴に熱はめされます。

記入寸法公差は ± 0.2

坪野研 4142

赤坂

File name : altest6.dat
Sampling interval : 1.00 (sec)
Data points in one record : 240
Sampling time for one record : 240. (sec)
Sample record number : 8
Total sampling time : 1.920E+03(sec)
Start date : 9-Feb-1988 (Tue)
Start time : 14:04:52

<表3>

← altest6

	Ch 0	Ch 1
Aver	.196234	-.101312
S.D.	.747079	.553126

File name : altest7.dat
Sampling interval : 1.00 (sec)
Data points in one record : 240
Sampling time for one record : 240. (sec)
Sample record number : 8
Total sampling time : 1.920E+03(sec)
Start date : 9-Feb-1988 (Tue)
Start time : 15:04:58

	Ch 0	Ch 1
Aver	-.307143	-.624628
S.D.	.723039	.815977

File name : altest8.dat
Sampling interval : 1.00 (sec)
Data points in one record : 240
Sampling time for one record : 240. (sec)
Sample record number : 8
Total sampling time : 1.920E+03(sec)
Start date : 9-Feb-1988 (Tue)
Start time : 16:06:30

	Ch 0	Ch 1
Aver	-4.744127	4.001661
S.D.	.049154	.071346

File name : b:altest5.dat
Sampling interval : 1.00 (sec)
Data points in one record : 240
Sampling time for one record : 240. (sec)
Sample record number : 1
Total sampling time : 240. (sec)
Start date : 29-Jan-1988 (Fri)
Start time : 18:35:55

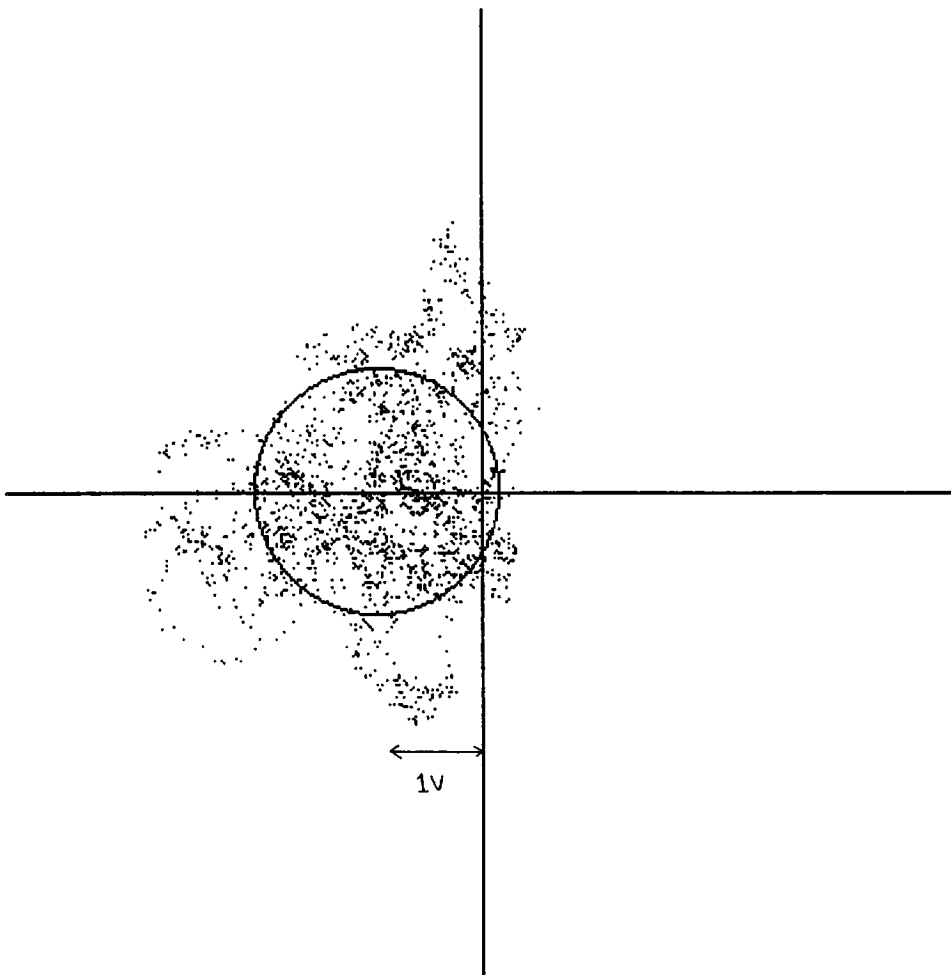
	Ch 0	Ch 1
Aver	-4.787771	7.397916
S.D.	.010193	.007871

(altest3 については図3参照)

< 3 >

File name : a:altest3.dat
No. 1 → No. 8
Center : (.000 , .000)
Scale : 2.000
Vx : -3.600 → .620
<Vx>= -1.11043 σ_x = .8909
Vy : -2.445 → 2.845
<Vy>= .01703 σ_y = .9792

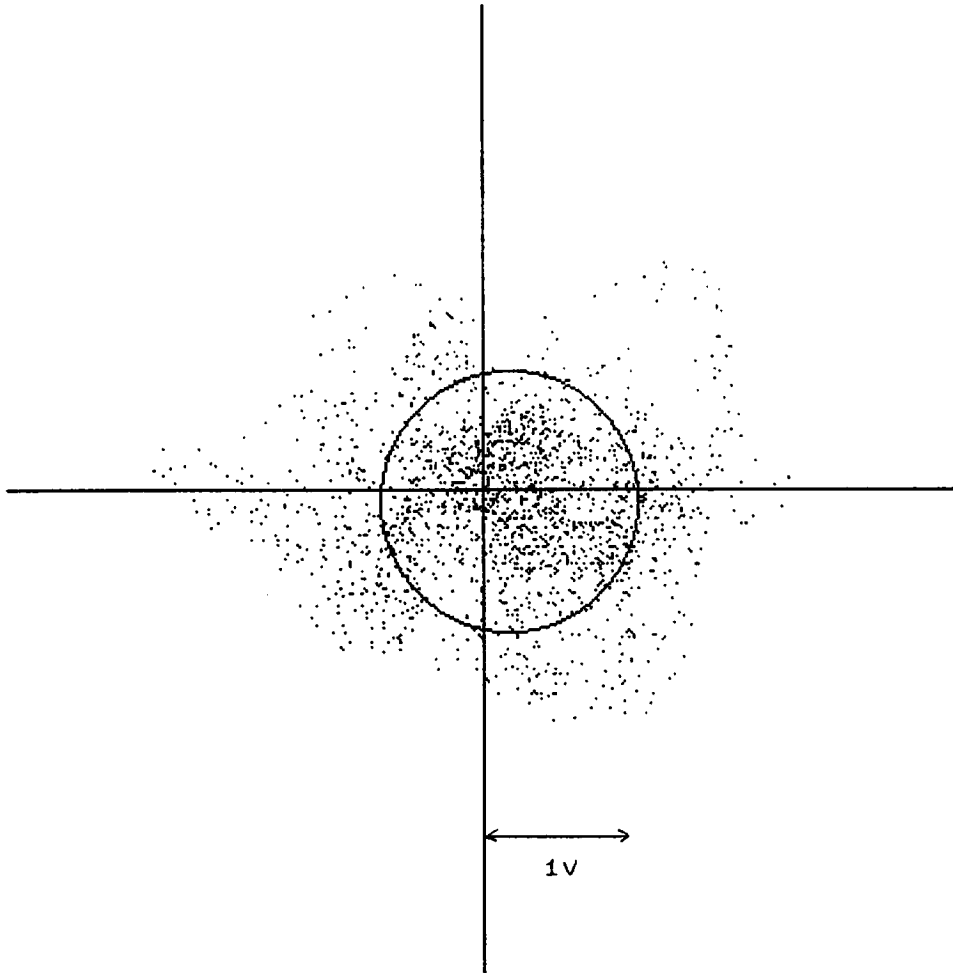
1倍波 (shield 打ち)



File name : a:altest6.dat
N : 1 → No. 8
Center : (.000 , .000
Scale : 3.000
Vx : -2.350 → 2.185
<Vx>= .19623 σ_x = .747
Vy : -1.625 → 1.600
<Vy>= -.10131 σ_y = .553

<圖4>

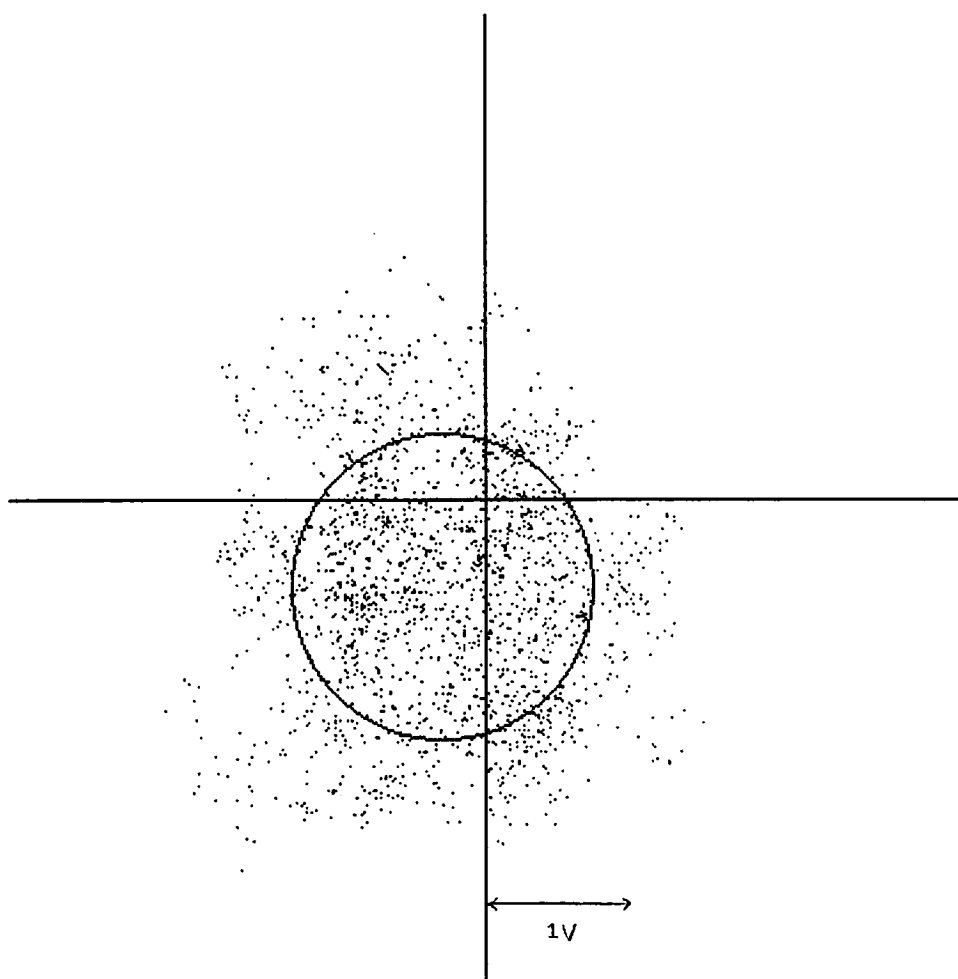
Brown 運動



<図5>

File name : a:altest7.dat
No. 1 → No. 8
Center : (.000 , .000
Scale : 3.000
Vx : -2.285 → 1.560
<Vx>= -.30714 σ_x = .723
Vy : -2.625 → 1.705
<Vy>= -.62463 σ_y = .816

1倍波 (ミールド有り)



<図6>

File name : a:altest8.dat
No. 1 → No. 7
Center : (.000 , .000
Scale : 1.000
Vx : -4.815 → -4.705
<Vx>= -4.75190 σ_x = .018
Vy : 3.935 → 4.060
<Vy>= 4.00679 σ_y = .0265

2倍波 (ミールド有り)

