

修士博士研究発表会

干渉計型重力波検出器における光学機械相互作用と 光の空間モードの揺らぎについて

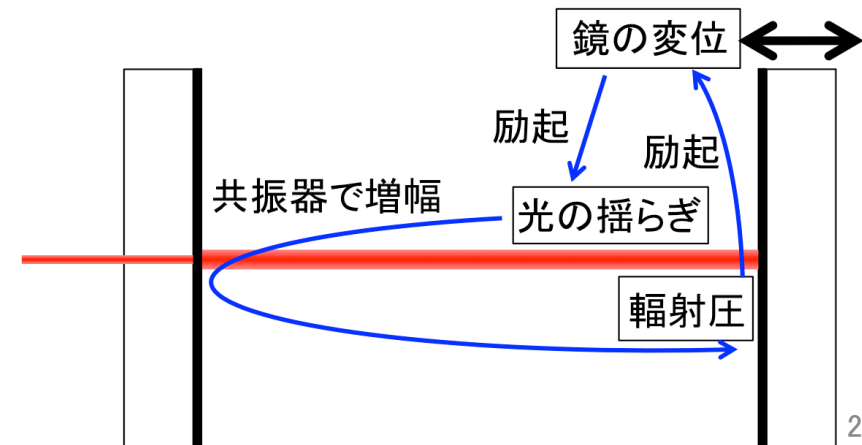
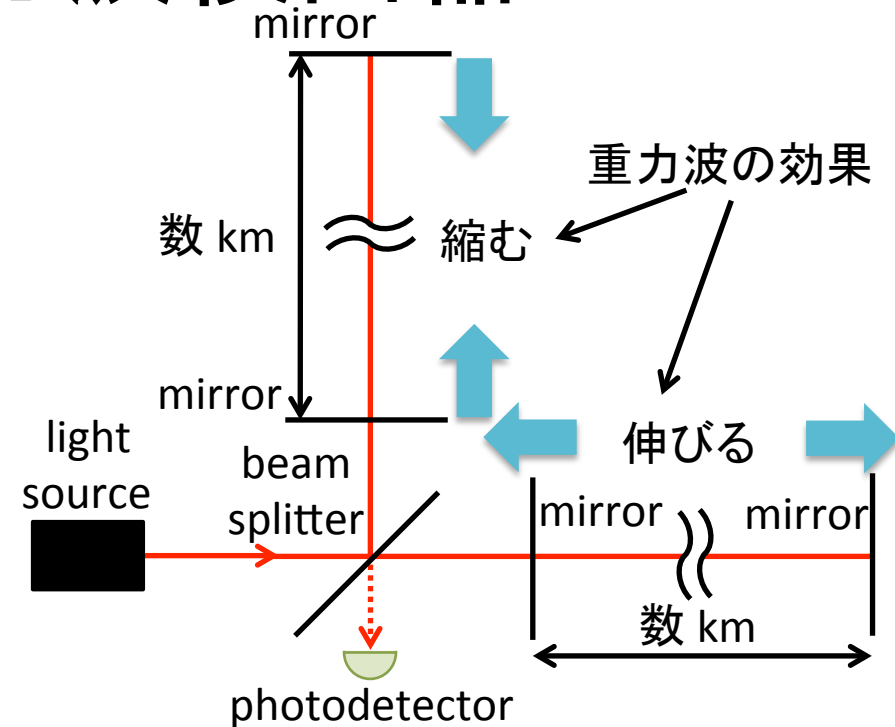
重力波グループ 川村研究室 修士2年
榎本雄太郎

発表の流れ

- 干渉計型重力波検出器
- 重力波検出器と光学機械相互作用
- 修士論文の内容
 - 巨視的振動子の状態の転写
- まとめ

干渉計型重力波検出器

- 2015年、重力波初検出。
重力波検出器 --> 干渉計が主流
- 腕に共振器を採用。
--> 光の強度 = $\sim 100 \text{ kW} - 1 \text{ MW}$
--> 光学機械相互作用が系を支配する。
- 光の量子揺らぎの影響
=> 巨視的な物体(鏡)の量子的な振る舞いが現れてくる。



重力波検出器と光学機械相互作用

-- 光学機械相互作用や量子揺らぎに起因する現象が本質的・重要。

1. 量子雑音: ほぼすべての観測周波数帯で感度を制限
2. 光ばね効果
3. 輻射圧による反ばねトルク
4. パラメトリック不安定性

鏡の機械応答が変わる
=> 運動が不安定に
=> 高パワー化の障害

-- 重力波検出器での光学機械相互作用の理解

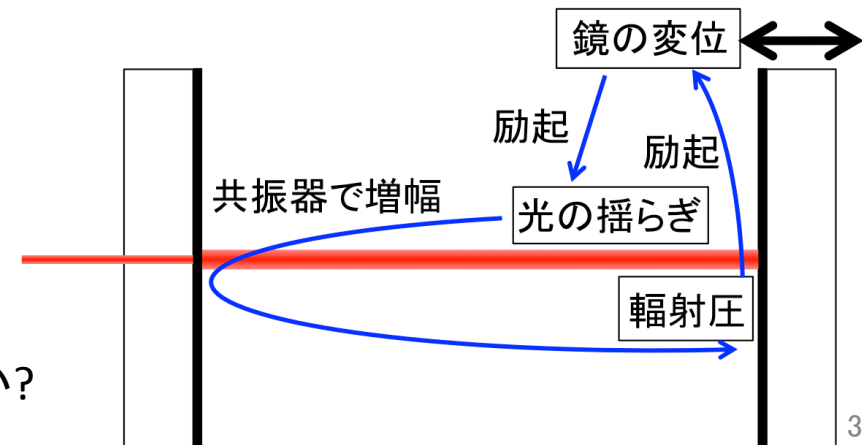


重力波検出器の
感度・安定度の向上

および

巨視的物体の量子性の解明

=> 巨視的物体(鏡)が量子力学で
どう振る舞うか? どう量子性を失うか?



修士論文の内容

-- 光学機械相互作用や量子揺らぎに起因する現象が本質的・重要。

1. 量子雑音: ほぼすべての観測周波数帯で感度を制限
2. 光ばね効果
3. 輻射圧による反ばねトルク
4. パラメトリック不安定性

鏡の機械応答が変わる
=> 運動が不安定に
=> 高パワー化の障害



-- 内容1: これらの光学機械相互作用による現象を初めて統一的に扱った。

→ 重力波検出器への貢献

-- 内容2: 統一的扱いから、鏡の回転運動測定の量子雑音を導いた。

次の論文にまとめられた: - Y. Enomoto et al., Phys. Rev. A, **94** (2016) 012115

→ 巨視的量子力学への貢献

関連研究も次の論文に: - Y. Enomoto et al., Class. Quant. Grav., **33** (2016) 145002

- K. Nagano, Y. Enomoto, et al., Phys. Lett. A, **380** (2016) 983-988

- K. Nagano, Y. Enomoto, et al., Phys. Lett. A, **380** (2016) 3871-3875

-- 内容3: 統一的扱いから、巨視的な振動子の量子状態の光への転写を導いた。

→ 巨視的量子力学への貢献

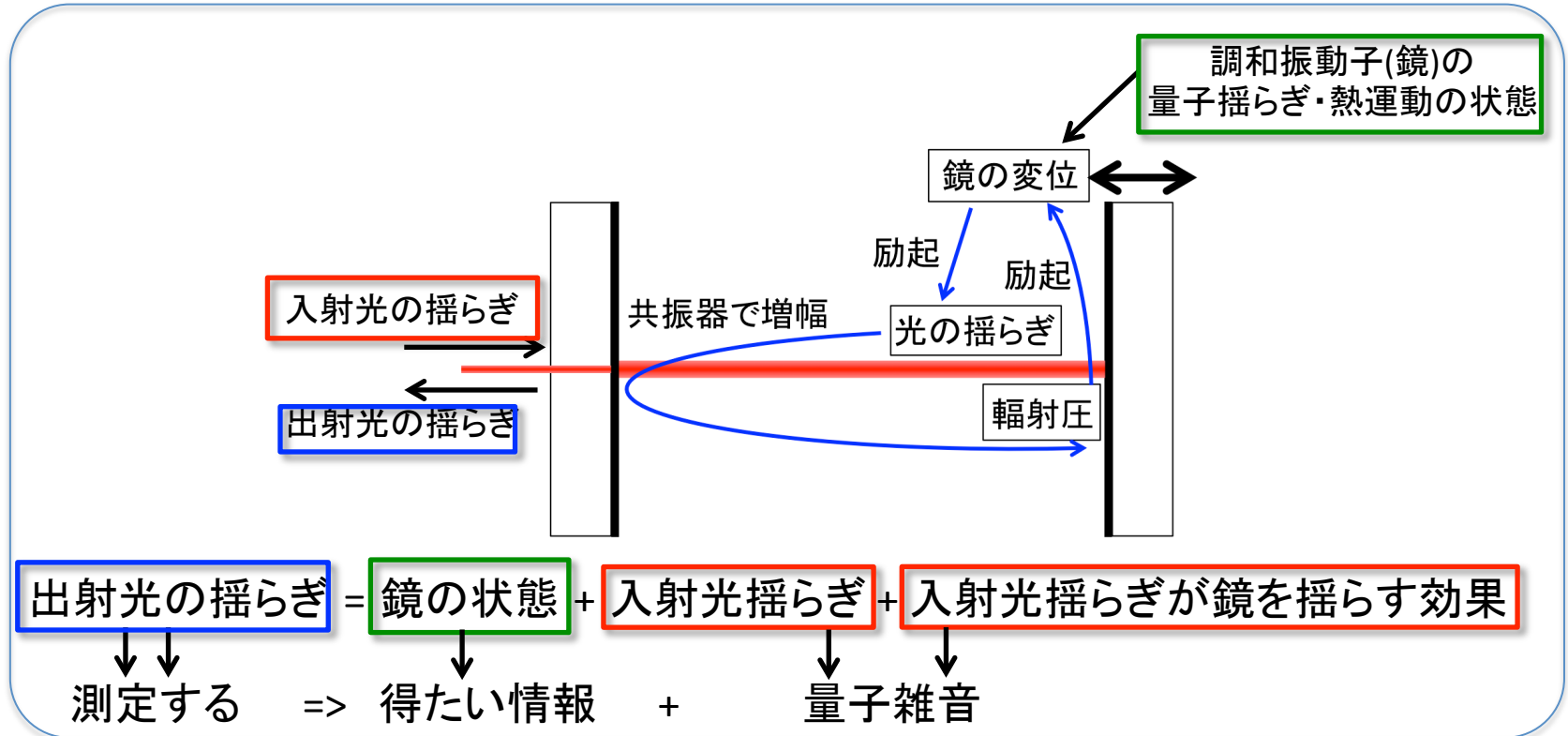
修士論文の内容

- 光学機械相互作用や量子揺らぎに起因する現象が本質的な役割を果たす。
 - 量子雑音: ほぼすべての観測周波数帯で感度を制限
 - 光ばね効果
 - 輻射圧による反ばねトルク
- 鏡の機械応答が変わる
=> パワーを上げると運動が不安定に

「巨視的な振動子の量子状態の光への転写」
について発表する。

- 重力波検出器への貢献
- 内容2: 統一的扱いから、鏡の回転運動測定量子雑音を導いた。
- 次の論文にまとめられた: - Y. Enomoto et al., Phys. Rev. A, **94** (2016) 012115 → 巨視的量子力学への貢献
 関連研究も次の論文に: - Y. Enomoto et al., Class. Quant. Grav., **33** (2016) 145002
 - K. Nagano, Y. Enomoto, et al., Phys. Lett. A, **380** (2016) 983-988
 - K. Nagano, Y. Enomoto, et al., Phys. Lett. A, **380** (2016) 3871-3875
- ↓
- 内容3: 統一的扱いから、巨視的な振動子の量子状態の光への転写を導いた。
- 巨視的量子力学への貢献

巨視的振動子の状態の転写: 概要



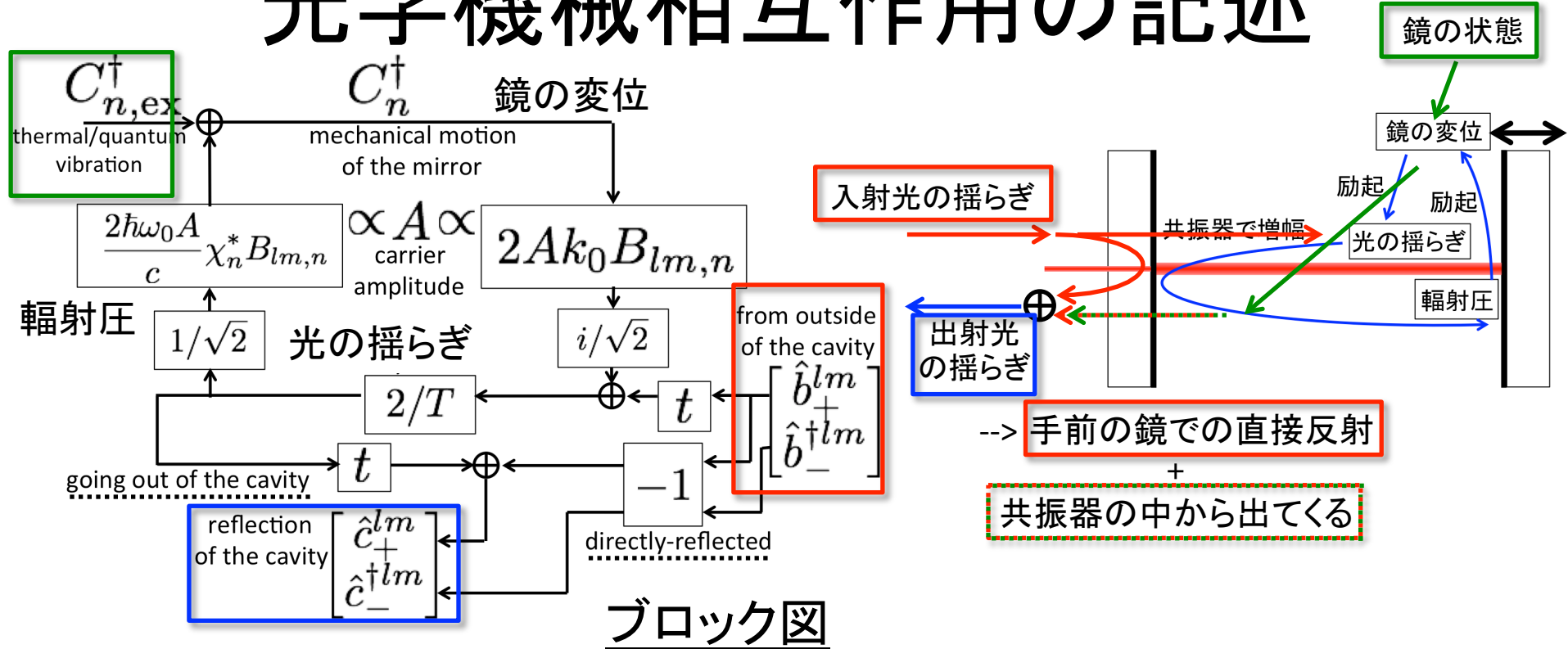
本研究の新規手法:

→ 出射光の揺らぎ = 鏡の状態 + ~~入射光揺らぎ + 入射光揺らぎが鏡を揺らす効果~~

この内容について、現在論文執筆中: Y. Enomoto et al., in preparation (2017).

-- 巨視的振動子の状態が光にそのまま転写されて返ってくる。

光学機械相互作用の記述



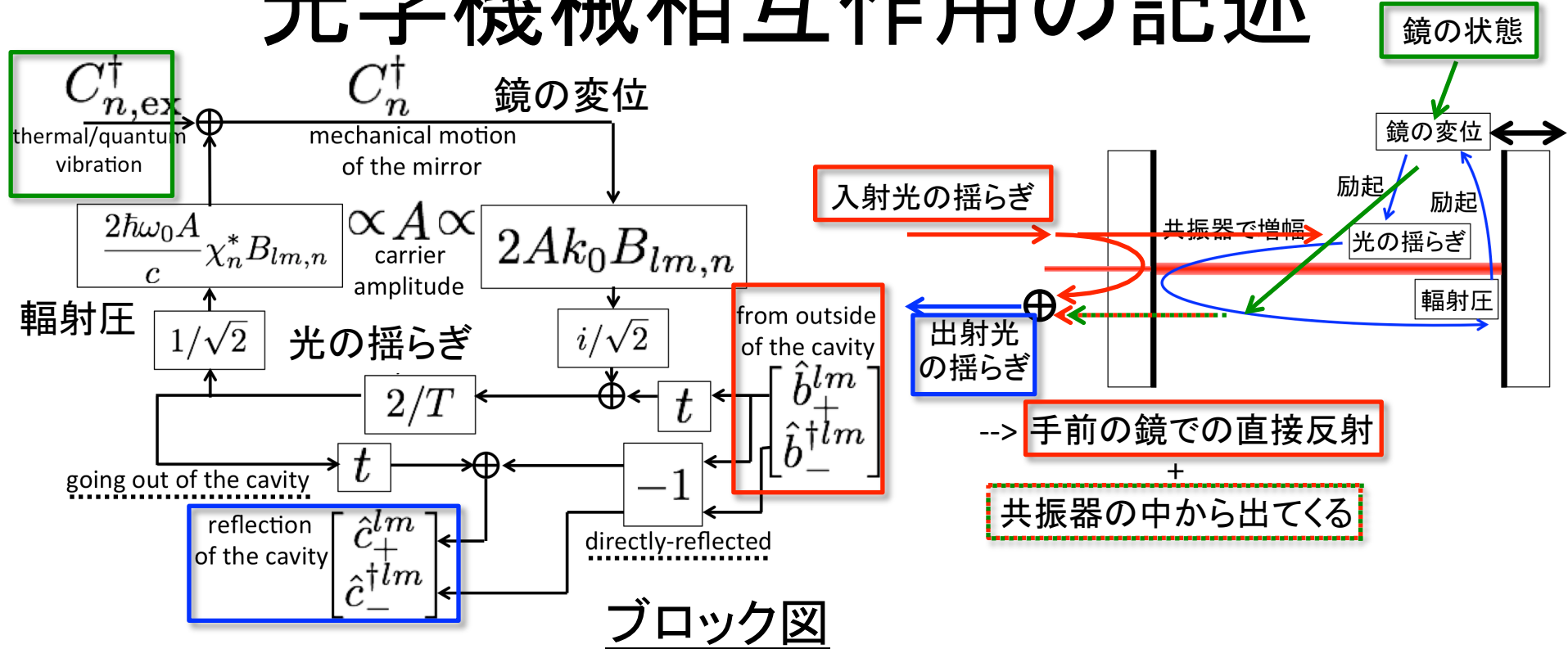
-- 次のような場合:

電場 $E \propto [A + \hat{a}_1(t) - i\hat{a}_2(t)] e^{i\omega_0 t}$ --> Ω の揺らぎには $\omega_0 \pm \Omega$ の光が対応
 古典的な振幅 (量子)揺らぎ成分

$\omega_0 + \Omega$ の光は共振器で共振。 $\omega_0 - \Omega$ の光は共振していない場合。

-- 鏡の運動の共振周波数 Ω_n 付近を考える。

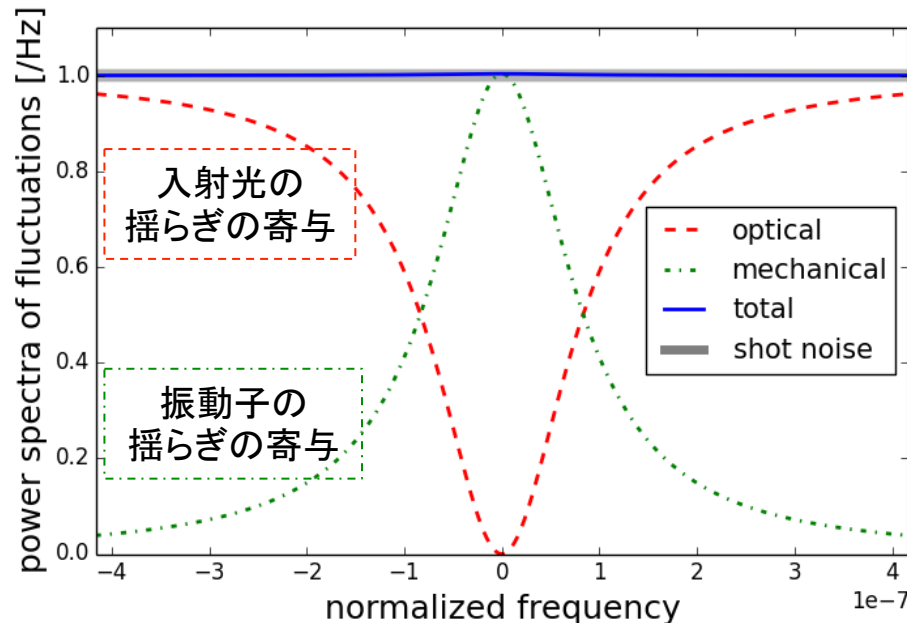
光学機械相互作用の記述



ブロック図

- 出射光の揺らぎにおける、入射光の揺らぎの寄与
直接反射 + 共振器の中から ➡ 打ち消せる
 - 出射光の揺らぎにおける、鏡の運動の状態の寄与
共振器の中から ➡ そのまま出てくる
- ➡ それぞれの寄与を計算

結果



出射光の $\omega_0 + \Omega$ の光の揺らぎを表す図

(Advanced LIGOのパラメータで計算)

巨視的振動子(鏡)の量子状態

転写

出射光の揺らぎの量子状態

$$\hat{c}_+^{lm} = \frac{1 + R_n^*}{1 - R_n^*} \hat{b}_+^{lm} + \frac{i2\sqrt{2}Ak_0B_{lm,n}}{(1 - R_n^*)\sqrt{T}} C_{n,\text{ex}}^\dagger$$

出射光
揺らぎ

入射光の寄与
 $R_n^* = -1$ でゼロに

振動子の寄与

=> 出射光の状態 = 振動子の状態

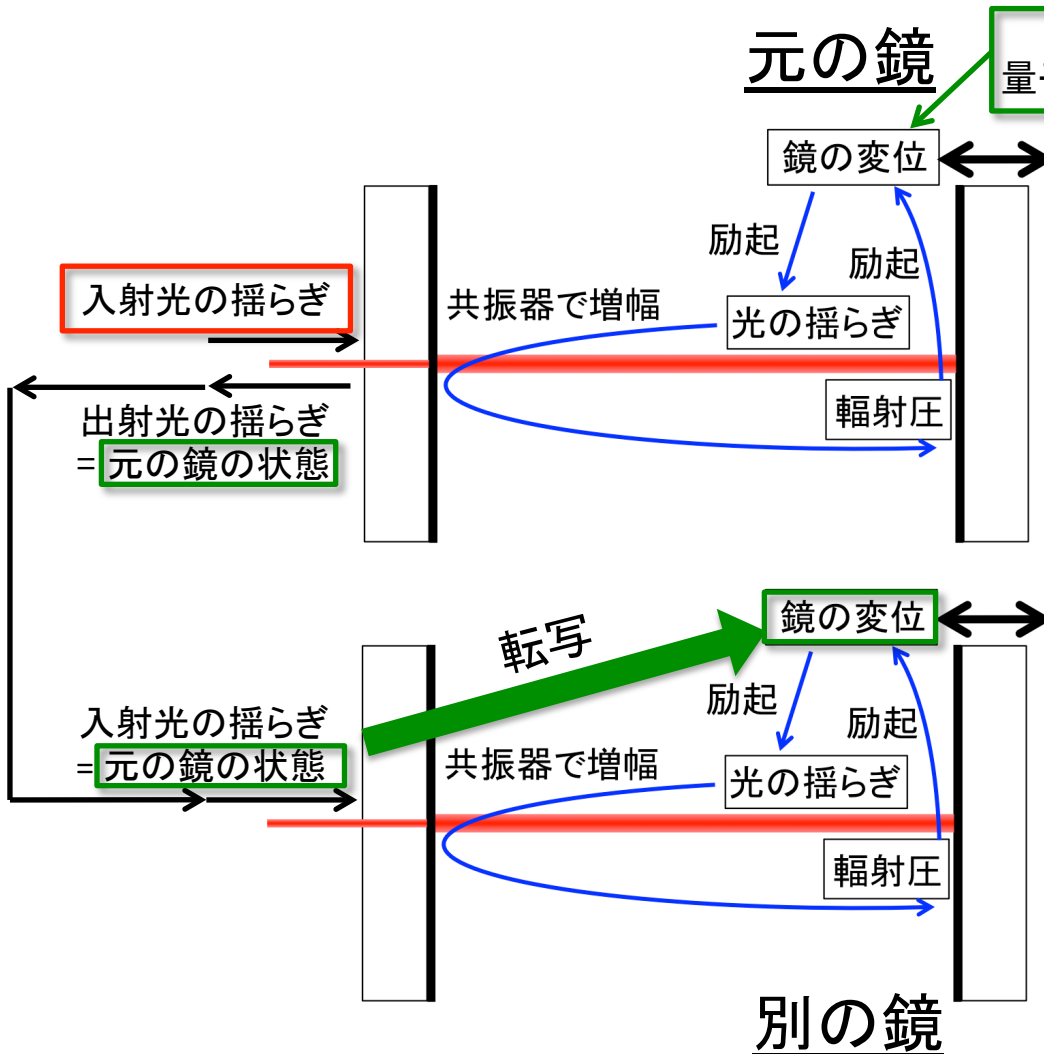
-- 振動子の変位を雑音なしで測定 => 熱揺らぎを取り除くことで

巨視的物体の量子力学的な状態の実現

-- 本研究: 振動子の状態 --> 光に転写 を提案

光の状態 --> 振動子に転写 もできるはず。 ➡ 次ページ

今後の研究



-- 本研究: 振動子の状態 --> 光に転写

-- 逆に、光の状態 --> 振動子に転写
が同様に実現できれば (計算中)、

振動子の状態

--> 光に転写

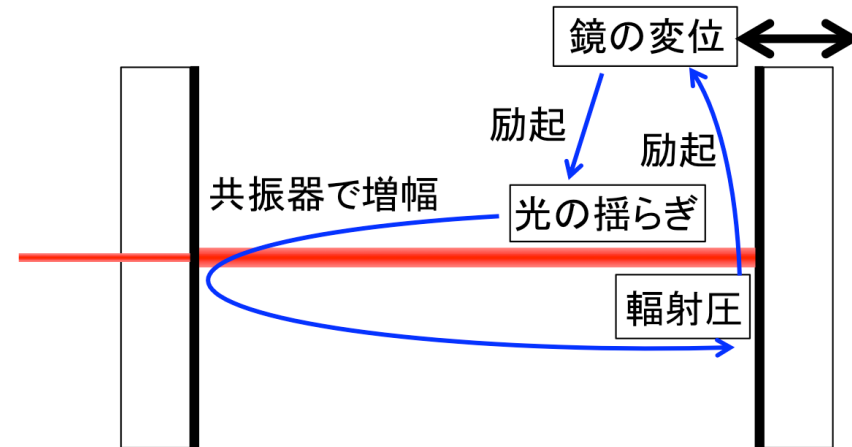
--> 別の振動子に転写

**巨視的振動子のテレポートが実現可!!
(世界初の提案)**

巨視的量子力学の新たな可能性

まとめ

-- 干渉計型重力波検出器の感度・安定度に本質的かつ多面的に関わっている**光学機械相互作用についての理論的な研究**を行った。そして、共振器における光学機械相互作用をブロック図を用いて一般的に記述した。



-- 一般論から、これまで研究されていた既知の現象を初めて統一的に導いた。これまでの個別の研究を相互応用することによる**重力波検出器の感度・安定度向上への貢献した。**

-- さらに、回転運動測定量子雑音や**巨視的振動子の量子状態の転写**といった新規な対象を見つけ物理的意味を考察し、**巨視的な量子力学系の実現・巨視的物体の量子性の解明に新たな寄与した。**

--> 量子雑音ゼロの測定

--> 振動子のテレポートの実現可能性

以上

予備

重力波とその検出

-- 重力波: 時空の歪みが空間を伝播する波

- 一般相対性理論で予言された
- 2015年、人類初の直接検出！

太陽の30倍程度の質量のブラックホール2つの合体のときの重力波を捉えた。

-- 重力波の及ぼす影響は非常に小さい

=> ブラックホール連星合体や超新星爆発などの
極限的な天体現象への**重力波独自の観測が可能！**

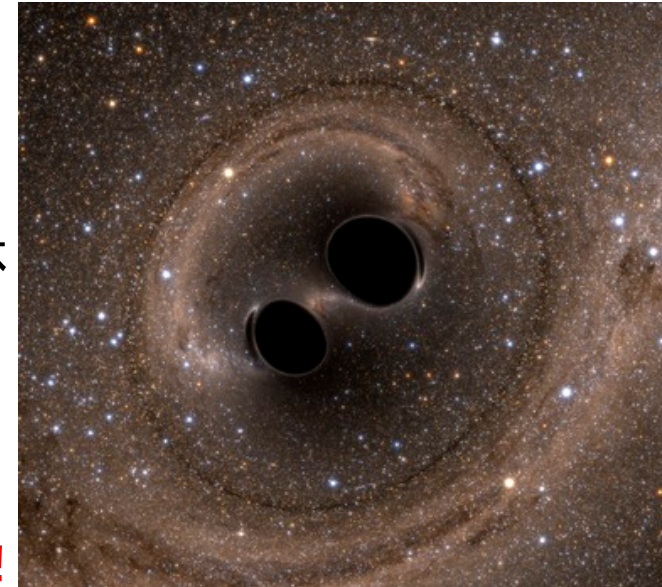
=> 強重力での**一般相対性理論の検証**が可能

-- 地球に到来する重力波の振幅 $h \lesssim 10^{-21}$ --> **非常に小さい**

=> 1 km離れた物体の距離が $\sim 10^{-18}$ mだけ変化する。

-- このように小さな距離の変化を捉えるためには

=> **レーザー干渉計**が適している!!

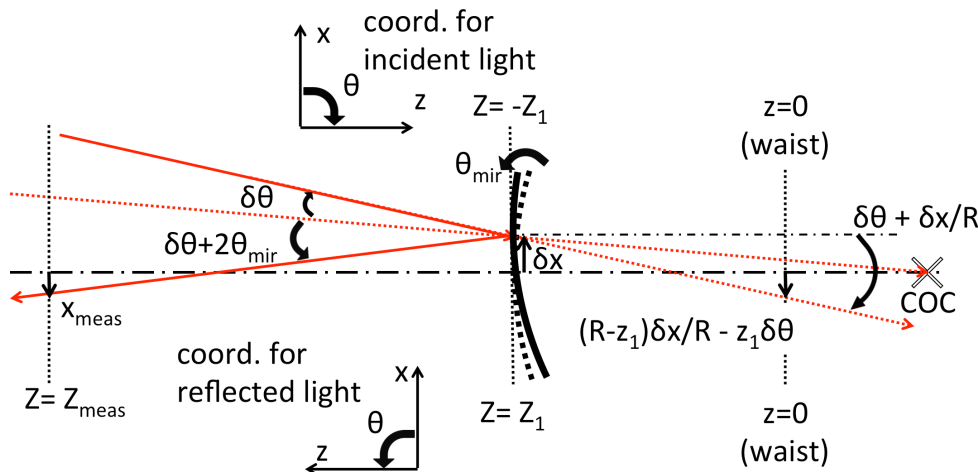


LIGO lab web page

<https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20160211d> より

成果2. 新しい対象の発見_{その1}

-- 統一的な記述を用いることで、これまで見過ごされてきた対象を2つ見つけた。
その1つ目は、鏡の**回転運動の測定の量子雑音**である。



-- 並進運動についてはよく研究されてきたが、回転運動については研究されていなかった。

-- 回転運動測定の**量子雑音の表式**を初めて導出し、並進運動との対応関係を明らかにした。

$$S_{\Theta, \psi} = \frac{\Theta_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_1} [(-\kappa_1 + \cot \psi)^2 + 1]$$

巨視的物体の量子状態の実現は並進運動である必要はない。回転運動でもよい。

➡ **巨視的量子系の実現**に新たな可能性を与えた。

この結果は、Y. Enomoto et al., Phys. Rev. A, **94** (2016) 012115 にまとめられた。

-- 関連研究として、実験的研究: 輻射圧を用いた鏡の姿勢制御法の実証

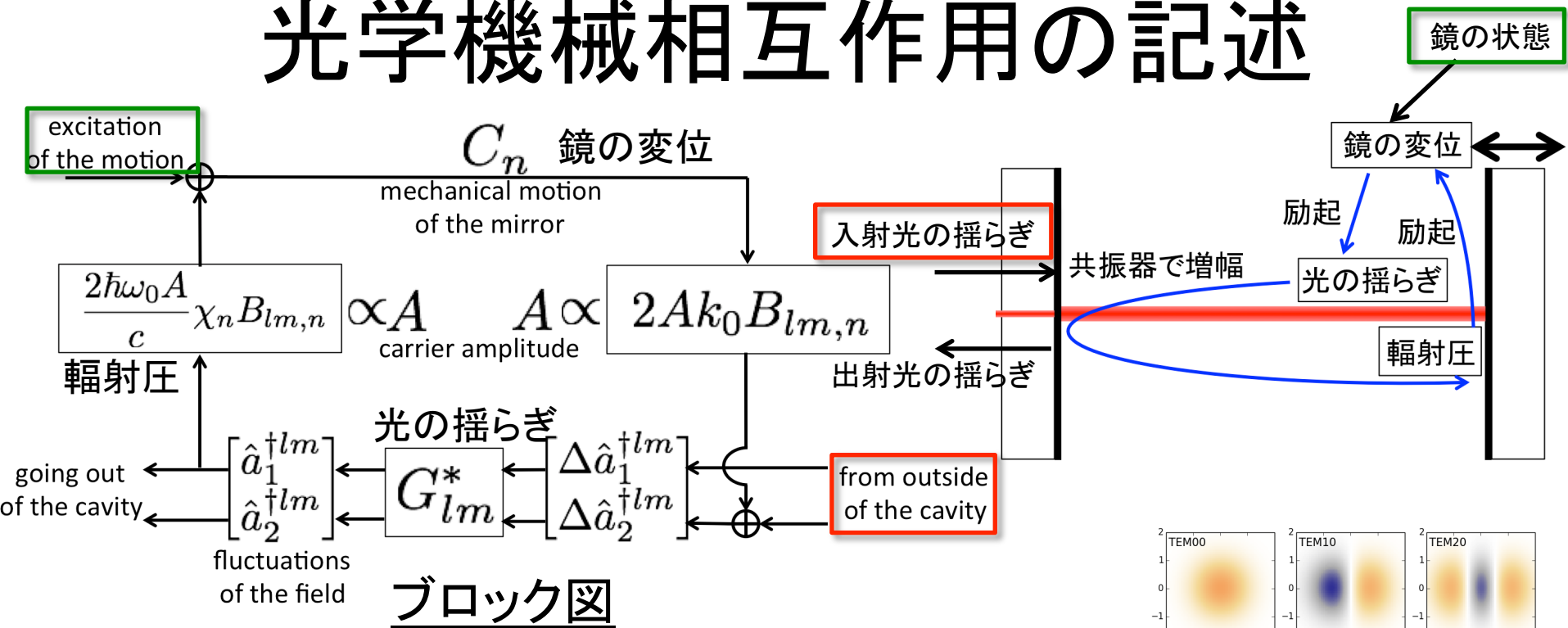
光学機械相互作用で鏡の姿勢が不安定に --> **輻射圧自体を用いて制御**(世界初)

この結果は以下にまとめられた: Y. Enomoto et al., Class. Quant. Grav., **33** (2016) 145002

K. Nagano, Y. Enomoto, et al., Phys. Lett. A, **380** (2016) 983-988

K. Nagano, Y. Enomoto, et al., Phys. Lett. A, **380** (2016) 3871-3875¹⁶

光学機械相互作用の記述



-- 全く個別に研究されてきた現象を初めて統一的に記述した。

光の空間モード(任意)



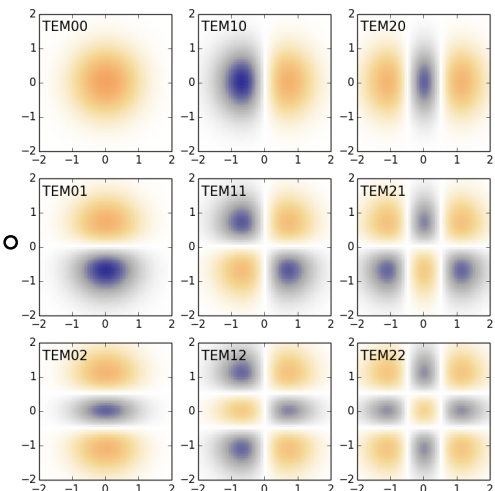
光学機械相互作用

鏡の運動(任意; 剛体・弾性運動)

--> ブロック図で記述

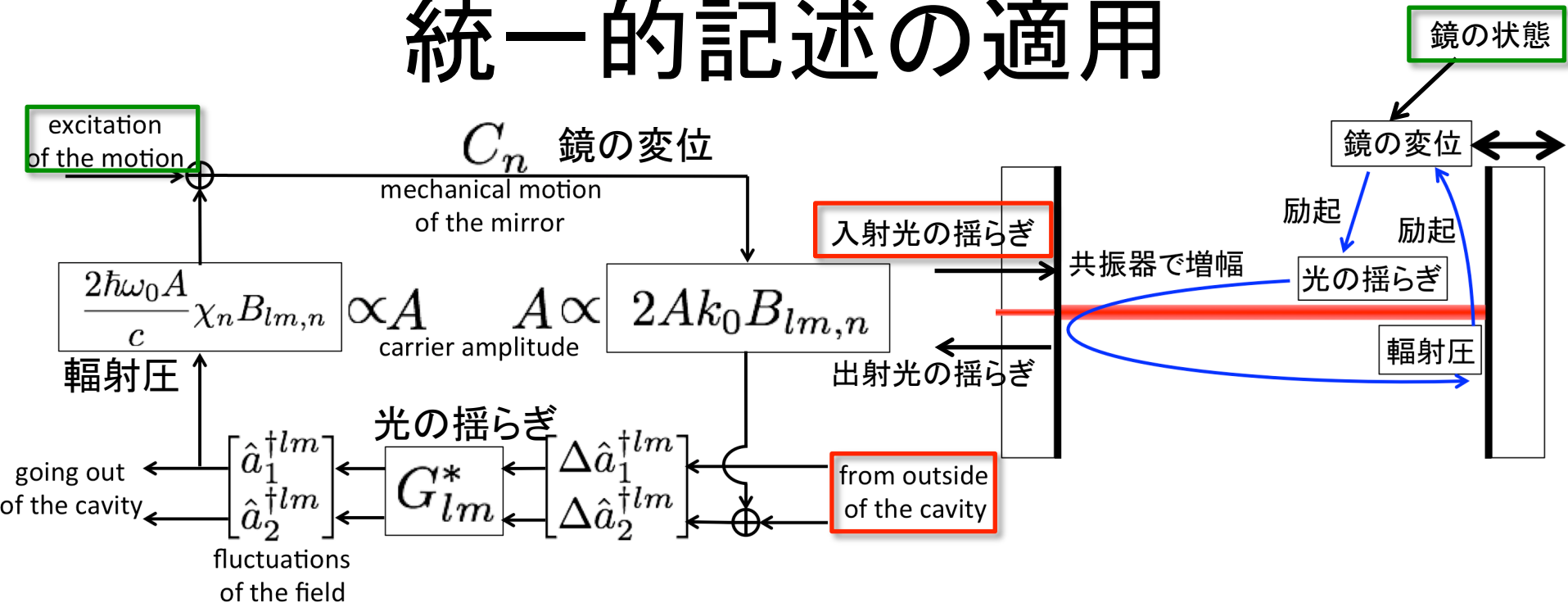


-- 個々の現象に適用
-- 導出に成功



光の空間モード

統一的記述の適用



-- 鏡の運動の共振周波数 Ω_n 付近に適用。

-- さらに次のような場合に限定:

電場 $E \propto [A + \hat{a}_1(t) - i\hat{a}_2(t)] e^{i\omega_0 t} \rightarrow \Omega$ の揺らぎには $\omega_0 \pm \Omega$ の光が対応
 古典的な振幅 (量子)揺らぎ成分

$\omega_0 + \Omega$ の光は共振器で共振。 $\omega_0 - \Omega$ の光は共振していない場合。

-- 共振器から返ってくる光の揺らぎにおける、入射光の揺らぎと振動子の運動の寄与を調べる。

目次

0. 本研究の概要

1. 重力波とその検出
2. 重力波検出器と光学機械相互作用
3. 光の空間モード
4. 一般のモードの相互作用
5. 既知の現象の再導出
6. 未知の現象の議論
7. まとめ・展望

0. 本研究の概要

- ついに重力波の初の直接検出が果たされた今、さらに豊富な天文学的・宇宙論的な情報をもたらすために、重力波検出器の感度・安定度を向上させる研究が求められている。そこで、干渉計型重力波検出器の感度・安定度に密接かつ多面的に関わっている光学機械相互作用について理論的な研究を行った。
- 光学機械相互作用を、光の一般の空間モードと鏡の一般の運動モードに対してブロック図を用いて記述した。重力波検出器の量子雑音、光ばね効果、共振器の鏡の角度不安定性、パラメトリック不安定性といった光学機械相互作用による現象はこれまで全く個別に研究されてきたが、本研究の一般的な記述によってこれらを初めて統一的に扱った。
- さらに、この統一的な見方により、鏡の回転運動や弾性モードの測定の量子雑音といったこれまで見過ごされていた現象を見つけ、並進運動の場合との対応付けなどの物理的な考察を行った。

目次

0. 本研究の概要

1. 重力波とその検出

2. 重力波検出器と光学機械相互作用

3. 光の空間モード

4. 一般のモードの相互作用

5. 既知の現象の再導出

6. 未知の現象の議論

7. まとめ・展望

1. 重力波とその検出

-- 重力波とは、時空の歪みが空間を伝播する波である。

2015年、人類初の直接検出！

2つの $\sim 30 M_{\odot}$ のブラックホールからなる連星の合体のときの重力波を捉えた。

-- 重力波の及ぼす影響は非常に小さいので、大質量が速く動く場合にしか観測可能なものは放射されない。

--> ブラックホールや中性子星の連星合体、超新星爆発、パルサーなど

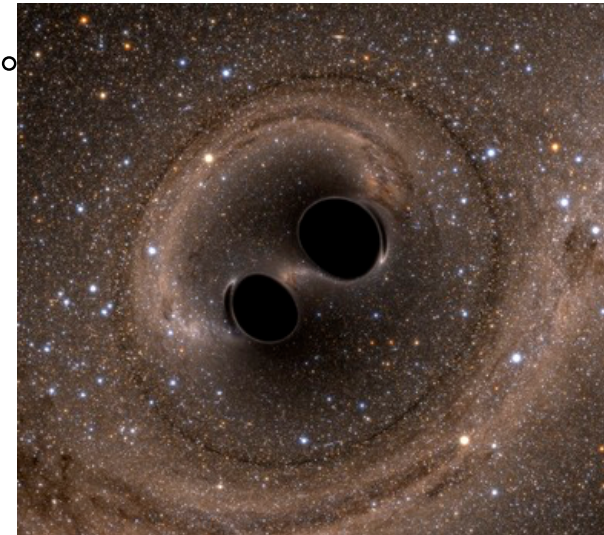
=> これらの天体現象に対して、**重力波は独自の観測を可能にする。**

-- 地球に到来する重力波の振幅 $h \lesssim 10^{-21}$

=> 1 km離れたテストマスの距離が $\sim 10^{-18}$ mだけ変化する。

-- このように小さな距離の変化を捉えるためには

=> **レーザー干渉計**が適している!!



LIGO lab web page

<https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20160211d> より

1. 重力波とその検出

干渉計型重力波検出器

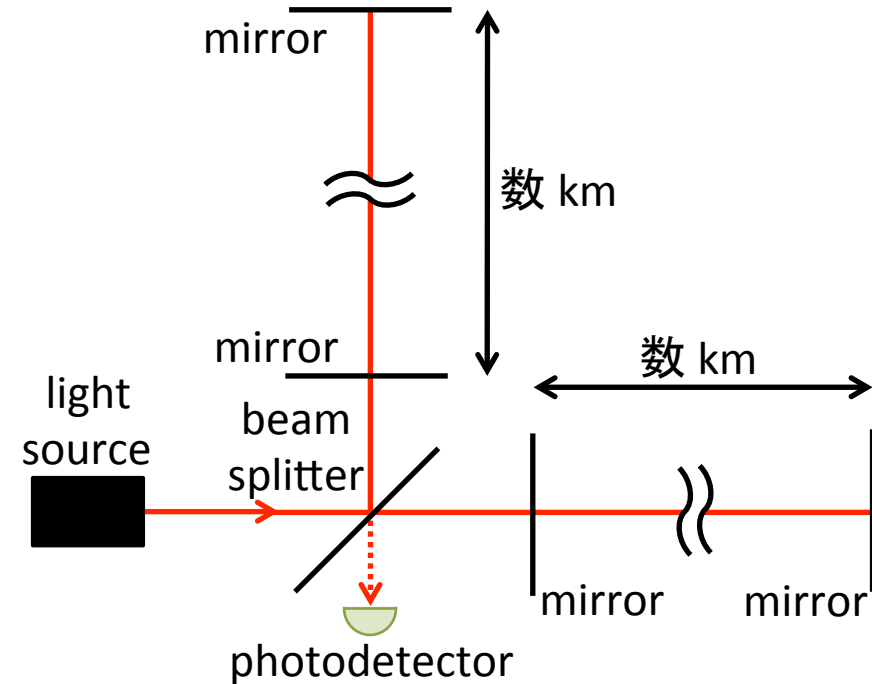
-- 大型重力波検出器の主流

干渉の明暗の変化で腕の長さの変化を読み取る。

--> 腕の長さに比例して、重力波による変位が大きくなる。

-- キロメートルクラスの検出器では、**Michelson干渉計**と**Fabry-Perot共振器**を組み合わせた構成を用いている。

--> Michelson干渉計で2つの腕の長さの差を測る。光が共振器内を何度も往復することで、実効的な腕の長さを長くする。



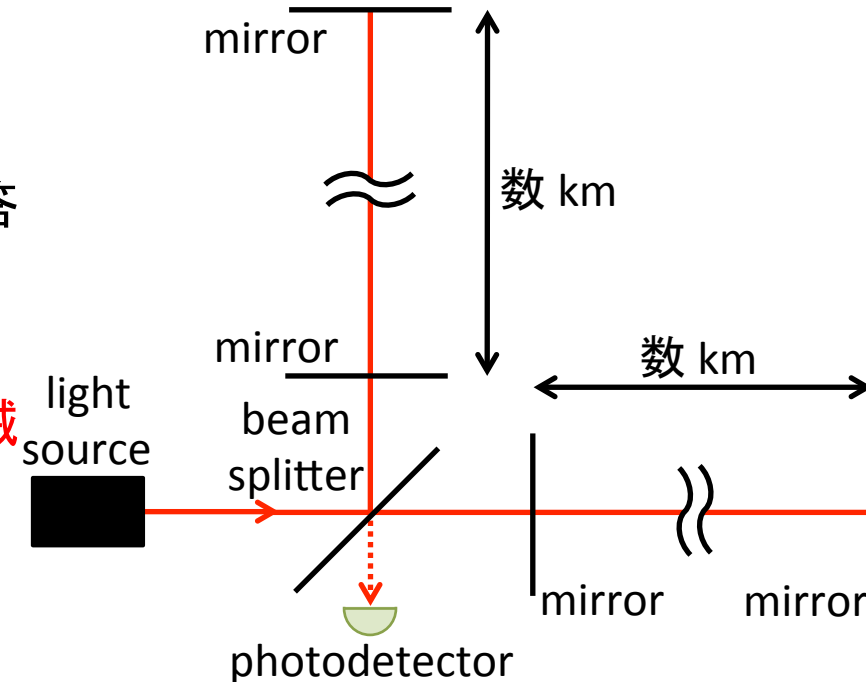
1. 重力波とその検出

干渉計型重力波検出器

-- 各鏡は、**振り子**として吊られている。
 (共振周波数は ~ 1 Hz)
 => 重力波に対して自由質点のように応答するため・防振するため

-- 鏡を吊る振り子、鏡自体は、非常に**機械的損失が小さい**。
 => 熱運動による雑音を低減するため
 => 機械的モードの**ダンピングが小さい**。

-- **非常に高パワーのレーザー光**を用いる。
 (腕共振器の中で 100 kW – 1 MW 程度)
 => 光検出時のショットノイズ低減のため



$$\text{重力波信号} \propto P$$

$$\text{強度揺らぎ} \propto \sqrt{P}$$

$$\Rightarrow \text{S/N 比} \propto \sqrt{P}$$

目次

- 0. 本研究の概要
- 1. 重力波とその検出
- 2. 重力波検出器と光学機械相互作用**
- 3. 光の空間モード
- 4. 一般のモードの相互作用
- 5. 既知の現象の再導出
- 6. 未知の現象の議論
- 7. まとめ・展望

2. 重力波検出器と光学機械相互作用

-- 干渉計型重力波検出器では、光学機械相互作用が重要な役割を果たす。

∴ **非常に高い共振器内パワー**

-- 具体的には

- **量子雑音**: (光の)量子揺らぎが雑音になる。--> ほとんどの帯域で感度を制限

=> 正しい量子雑音

鏡が受ける効果

- **光ばね効果**: 光の輻射圧が”ばね”として鏡にはたらく。

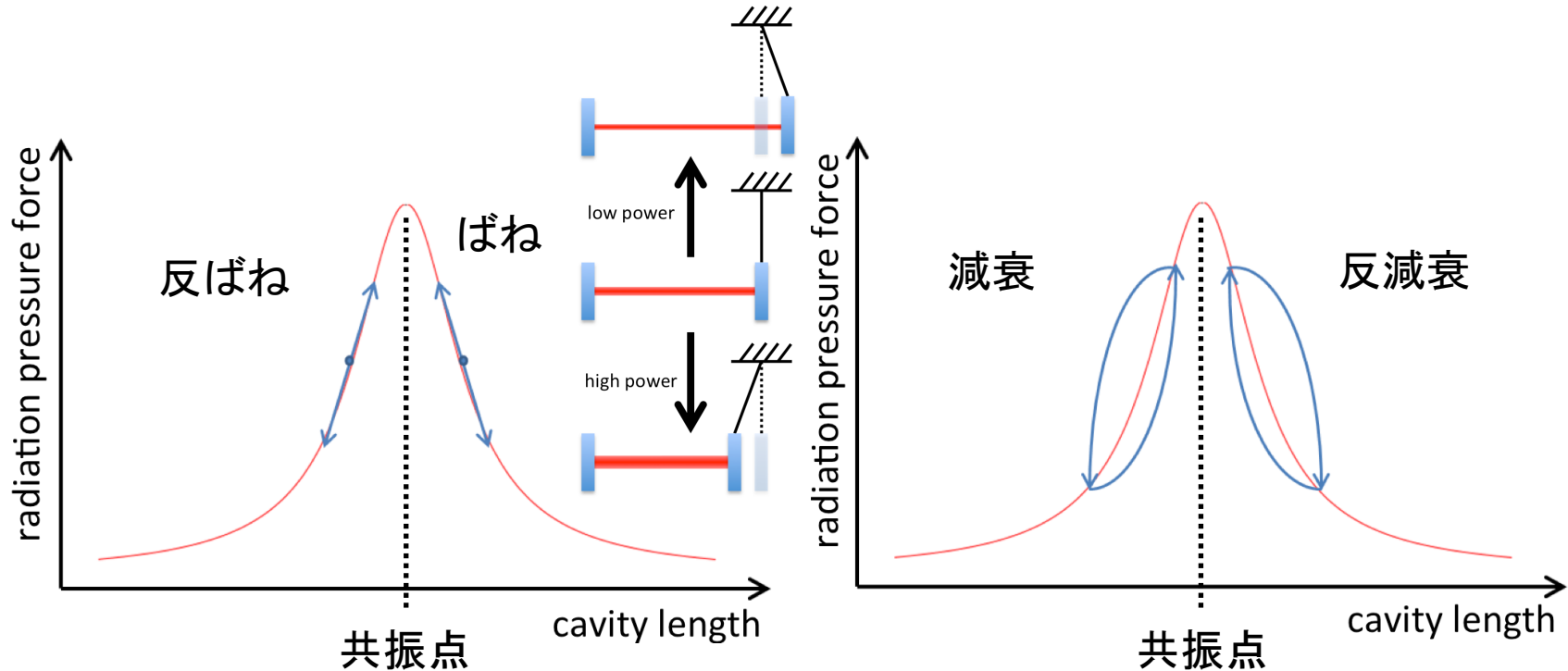
- **角度不安定性**: 光の輻射圧で鏡の姿勢が不安定になる。

- **パラメトリック不安定性**: 鏡の弾性モードが光によって励起・増幅されてしまう。

=> 次ページ以降、以上の既知の現象を説明する。

2. 重力波検出器と光学機械相互作用

光ばね効果



共振器長変化が遅い場合

共振器長変化が速い場合

- 共振器長の変化によって、共振器内の光のパワーが変化
=> 輻射圧による力が変化
- 共振点からのズレに応じて、ばね+反減衰 or 反ばね+減衰

2. 重力波検出器と光学機械相互作用

角度不安定性

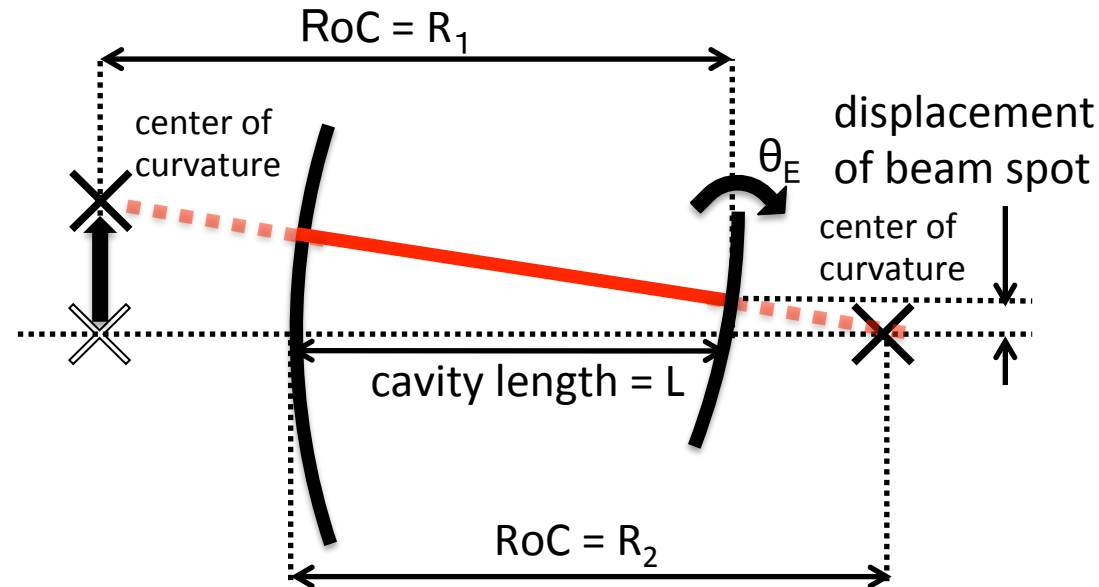
-- 共振器を構成する鏡が回転すると、共振している光の軸が変化する。

=> 鏡で**反射する位置が変化**

=> 輻射圧による**トルクが変化**

-- この効果 (Sidles-Sigg効果)により、**反ばねトルク**が生じ、鏡の回転運動が不安定になる場合がある。

-- 角度制御は実際に検出器を運用するためには非常に重要である。



$$\frac{T_{RP}}{\text{トルク}} = \frac{F_{FP}}{\text{輻射圧の力}} \frac{Lg_2}{1 - g_1g_2} \theta_E$$

$\frac{2P}{c}$

$$g_j = 1 - \frac{L}{R_j}$$

2. 重力波検出器と光学機械相互作用

パラメトリック不安定

-- 鏡の弾性モードが、共振器内の光を散乱し、散乱された光が共振器内で共振し、輻射圧として弾性モードへフィードバックされる。

-- このフィードバックによる反減衰が機械的な減衰を超えると、パラメトリック不安定性を生じる。

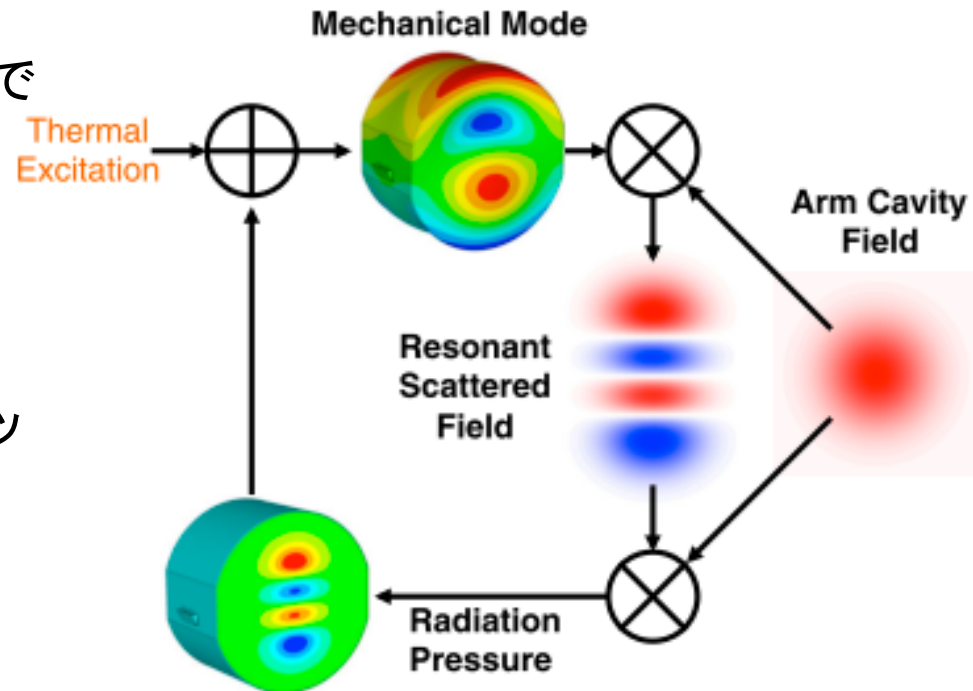
--> Advanced LIGOで実際に観測

-- 共振器内の光のパワー上昇

--> 反減衰力の増大

--> 不安定性を生じるモード数の増大

=> 高パワー化の障害



Phys. Rev. Lett., **114** (2015) 161102 より

$$\text{パラメトリックゲイン} = \frac{\text{パワー} \times \text{機械的Q値}}{M \Omega_n^2 c} \sum_{lm} \text{Re} [G_{lm}^-(\Omega_n)] B_{lm,n}^2$$

(1を超えると不安定)

2. 重力波検出器と光学機械相互作用

量子雑音

-- 重力波検出器: 干渉計から出てくる光の揺らぎを測定 => 元々の量子揺らぎが雑音

-- a_1 と a_2 は非可換

=> どちらか一方を測定。

通常の方法では、信号を含んでいる位相方向を測定。

$$S_{z,\pi/2} = \frac{z_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_0} (\kappa_0^2 + 1) \geq \frac{z_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_0}$$

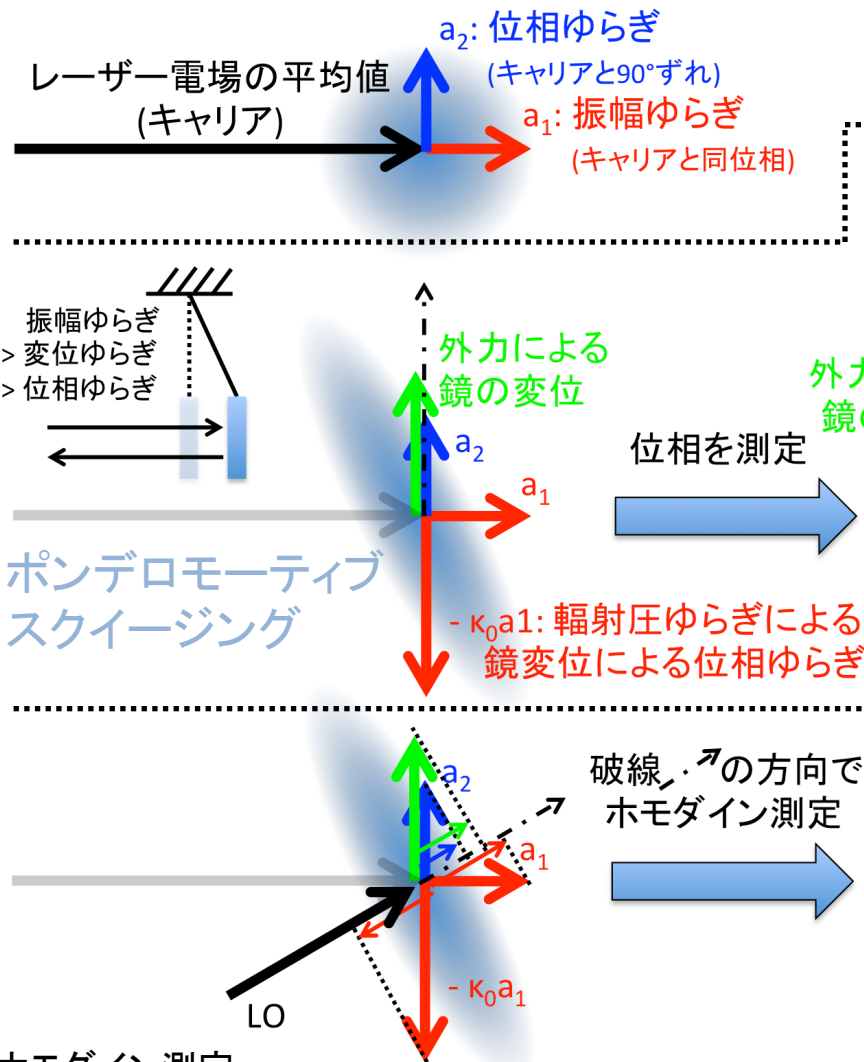
雑音のスペクトル 標準量子限界

-- ホモダイン測定: a_1 と a_2 の線型和の測定

$$S_{z,\eta} = \frac{z_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_0} [(-\kappa_0 + \cot \eta)^2 + 1]$$

雑音のスペクトル 打ち消し

標準量子限界の突破が可能



信号の強さ

散射雑音

輻射圧雑音

外力による鏡の変位

信号の強さ

散射雑音

打ち消す

η : ホモダイン位相

ホモダイン測定:
local oscillatorと干渉させる

目次

- 0. 本研究の概要
- 1. 重力波とその検出
- 2. 重力波検出器と光学機械相互作用
- 3. 光の空間モード**
- 4. 一般のモードの相互作用
- 5. 既知の現象の再導出
- 6. 未知の現象の議論
- 7. まとめ・展望

3. 光の空間モード

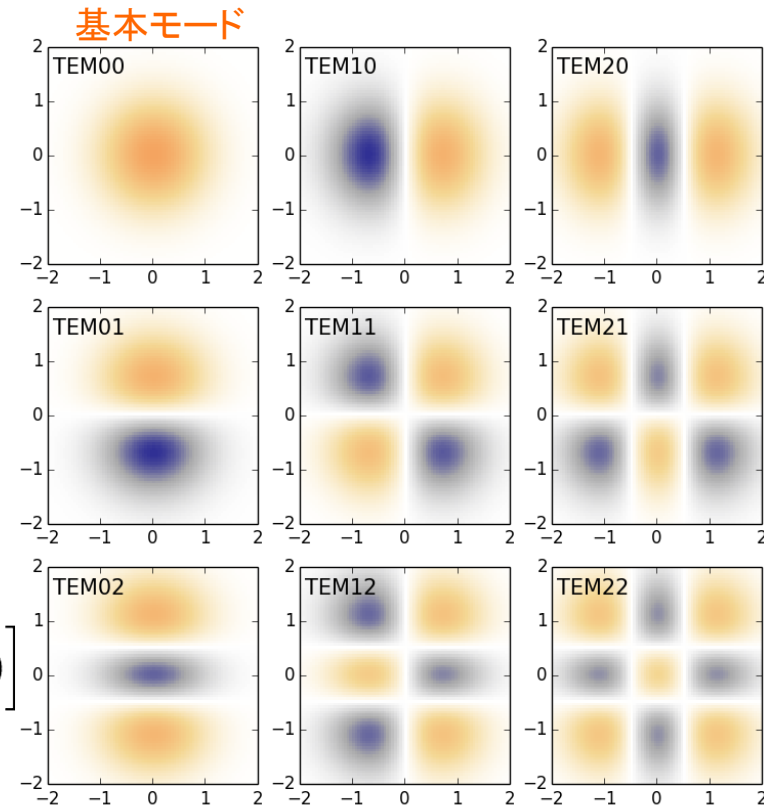
-- 電磁波の記述 --> 平面波が広く用いられる。
しかし、平面波は空間的広がりが無限。

-- レーザー光など実際の光を記述するため
には、適切な空間モードを考える必要がある。

--> 例えば Hermite-Gaussianモード

$$\psi_{lm}(\mathbf{x}, z, \omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2(z)}} \frac{1}{\sqrt{2^l l! 2^m m!}} H_{lm} \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}, \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \\ \times \exp \left[\left(-\frac{1}{w^2(z)} - i \frac{k}{2R(z)} \right) (x^2 + y^2) + i(l+m+1)\zeta(z) \right]$$

- 電場がGaussianと直交多項式の積
- 自由度: 平面波 $(k_x, k_y, k_z) \leftrightarrow (l, m, \omega)$ HGモード
=> 近軸近似の範囲内で完全系をなす。
- Gouy位相 $\zeta(z)$: 次数 $(l+m)$ の異なるモードは
Gouy位相分だけ位相がずれる。



橙は正、紺は負を表す。

3. 光の空間モード

レーザー光の表現

-- レーザー光の電場は、振幅が大きな(古典的な)基本モードの電場と、揺らぎを表す電場の重ね合わせで表される。

--> **全てのモードの揺らぎ**を考える必要がある。

-- 平面波の量子化から、空間モードで表される電場の量子化を導ける。

=> 理想的な光源であっても、**全てのモードに量子揺らぎが存在する**。

$$\hat{E}(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\frac{4\pi\hbar\omega_0}{c}} \left\{ \underbrace{Au_{00} \cos \phi_{00}}_{\text{古典的な振幅}} + \sum_{lm} u_{lm} \left[\underbrace{\hat{a}_1^{lm}(z, t)}_{\text{Imモードの "振幅" 揺らぎ (古典電場と同位相)}} \cos \phi_{lm} + \underbrace{\hat{a}_2^{lm}(z, t)}_{\text{Imモードの "位相" 揺らぎ (古典電場と90度ずれ)}} \sin \phi_{lm} \right] \right\}$$

揺らぎ成分のフーリエ変換

$$\hat{a}_1^{lm}(\Omega) = (\hat{a}_{\omega_0+\Omega}^{lm} + \hat{a}_{\omega_0-\Omega}^{\dagger lm}) / \sqrt{2}$$

↑ upper ↓ lower

$$\hat{a}_2^{lm}(\Omega) = (\hat{a}_{\omega_0+\Omega}^{lm} - \hat{a}_{\omega_0-\Omega}^{\dagger lm}) / i\sqrt{2}$$

古典光の周波数 ω_d に対して
 $\omega_0 \pm \Omega$ の光の消滅/生成演算子の和

Imモードの
"振幅"揺らぎ
(古典電場と
同位相)

Imモードの
"位相"揺らぎ
(古典電場と
90度ずれ)

Imモードの位相

Imモードの電場分布

$$u_{lm}(\mathbf{x}, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2(z)}} \frac{1}{\sqrt{2^l l! 2^m m!}} H_{lm} \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}, \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) e^{-(x^2+y^2)/w^2(z)}$$

目次

- 0. 本研究の概要
- 1. 重力波とその検出
- 2. 重力波検出器と光学機械相互作用
- 3. 光の空間モード
- 4. 一般のモードの相互作用**
- 5. 既知の現象の再導出
- 6. 未知の現象の議論
- 7. まとめ・展望

4. 一般のモードの相互作用

-- 光の一般の空間モードと鏡の一般の運動モードの相互作用を記述しよう。

以下の3つの過程から成っている:

1. 鏡面の変位で光の空間モードの揺らぎが励起される。

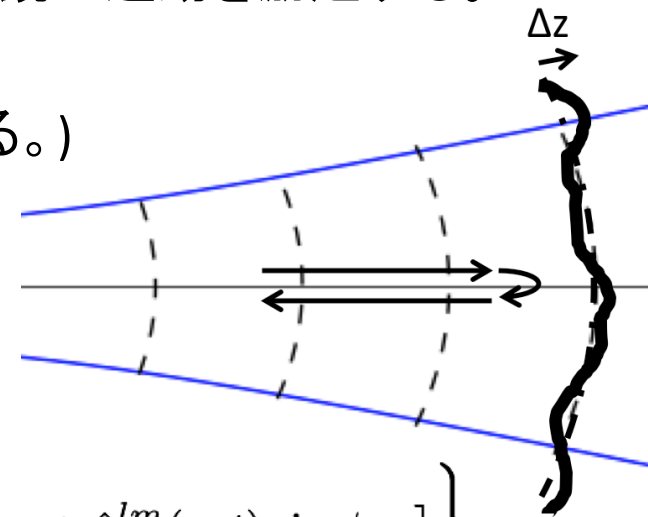
=> **位相**揺らぎ成分を生み出す。

2. 光の空間モードの揺らぎによる輻射圧揺らぎが鏡の運動を励起する。

=> **振幅**揺らぎ成分が輻射圧揺らぎに寄与。

3. (光の空間モードの揺らぎが共振器で増幅される。)

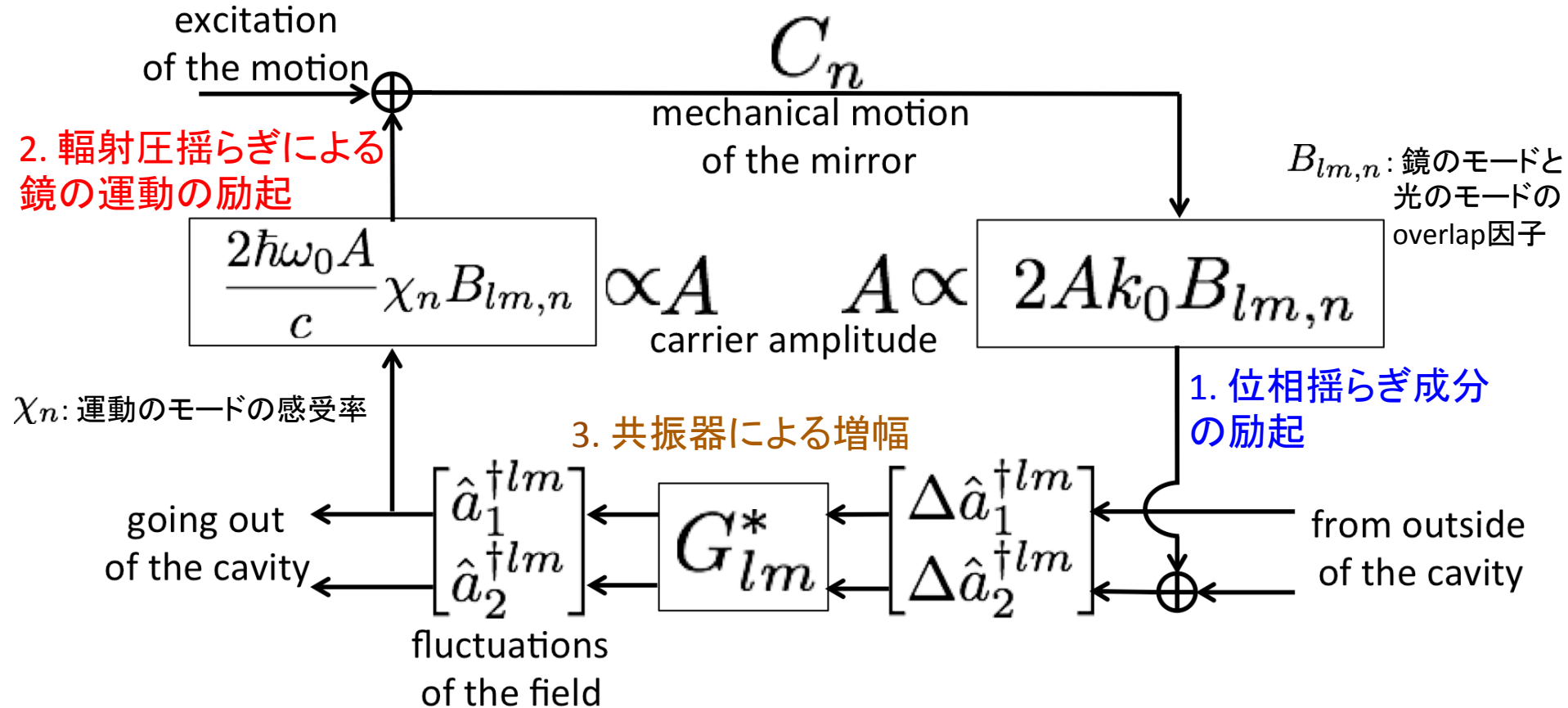
-- 一般のモードの光学機械相互作用を
ブロック図にまとめることを考える。



$$\hat{E}(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\frac{4\pi\hbar\omega_0}{c}} \left\{ \underbrace{Au_{00} \cos \phi_{00}}_{\text{古典的な振幅}} + \sum_{lm} \underbrace{u_{lm}}_{\text{Imモードの}} \left[\underbrace{\hat{a}_1^{lm}(z, t)}_{\text{"振幅"揺らぎ}} \cos \phi_{lm} + \underbrace{\hat{a}_2^{lm}(z, t)}_{\text{"位相"揺らぎ}} \sin \phi_{lm} \right] \right\}$$

4. 一般のモードの相互作用

ブロック図

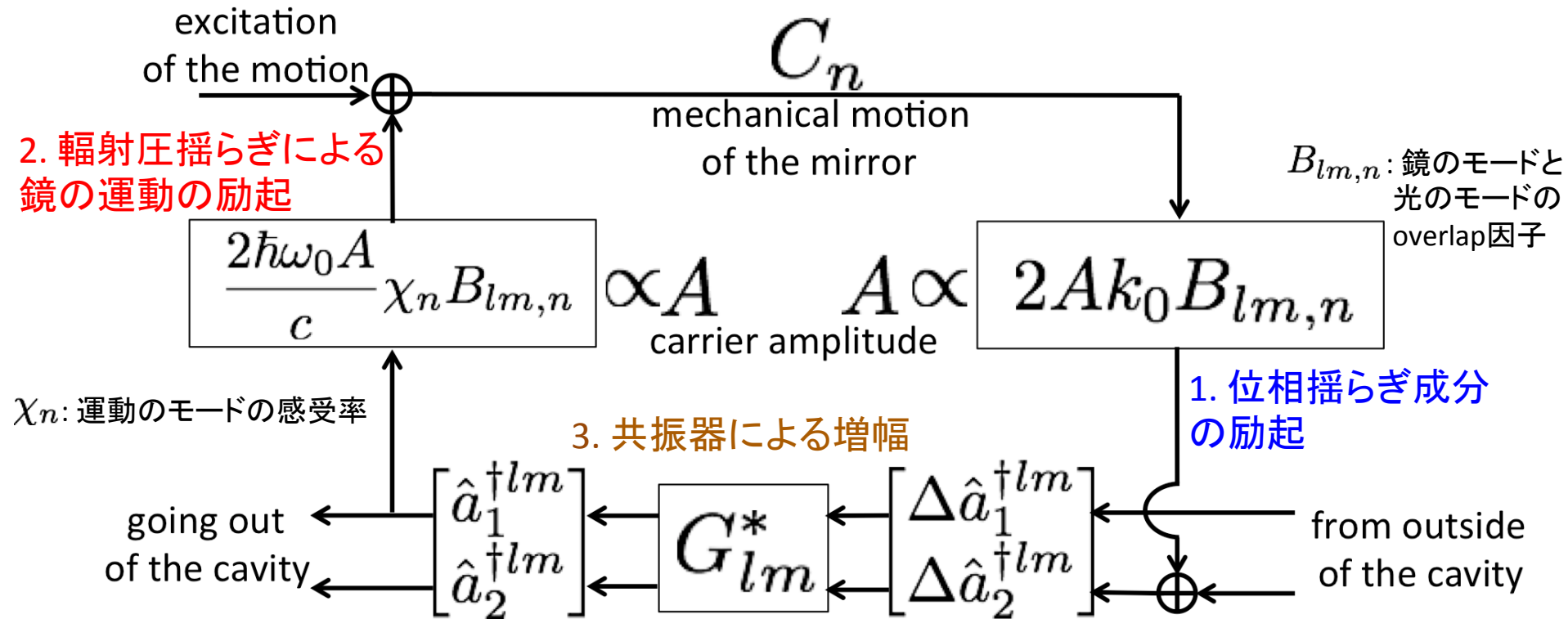


- 励起された位相揺らぎは、共振器に入射してくる揺らぎと重ね合わさる。
- 輻射圧による運動の励起は熱運動等と重ね合わさる。
- ループゲインは A^2 ($\propto P$) に比例。 G_{lm}^* の12成分にも比例。

目次

- 0. 本研究の概要
- 1. 重力波とその検出
- 2. 重力波検出器と光学機械相互作用
- 3. 光の空間モード
- 4. 一般のモードの相互作用
- 5. 既知の現象の再導出**
- 6. 未知の現象の議論
- 7. まとめ・展望

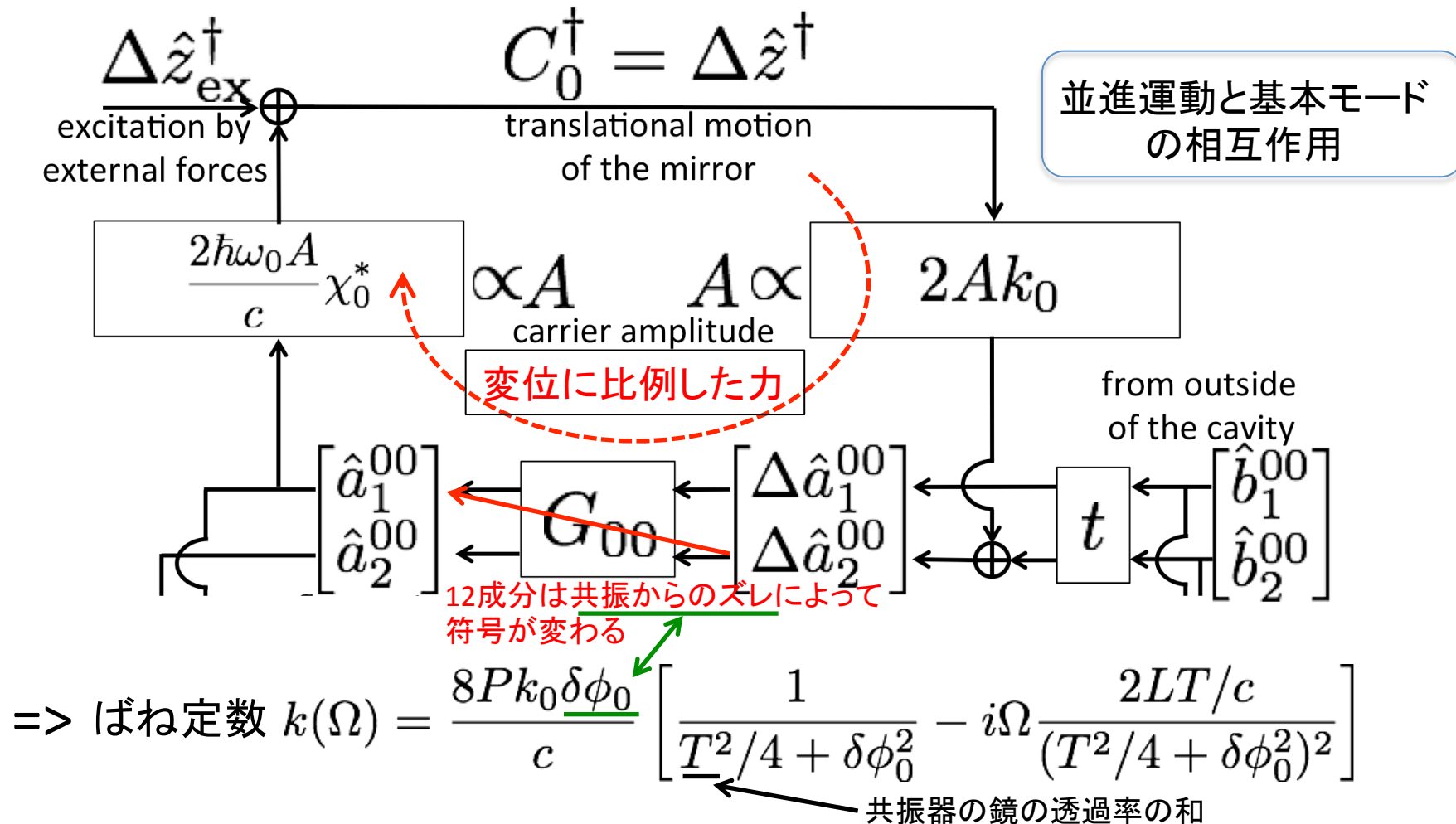
5. 既知の現象の再導出



- このブロック図を、並進運動・回転運動・弾性運動に適用。**<-- 鏡の運動の立場**
- それぞれ光の空間モードでは、基本モード・10/01モード・高次モードが対応。
- そして、光ばね効果・Siggles-Sigg効果・パラメトリック不安定性が示される。
- さらに、共振器から出てくる基本モードの揺らぎの測定を考えることで重力波検出器の(より一般に鏡の並進運動測定の)量子雑音が求められる。

5. 既知の現象の再導出

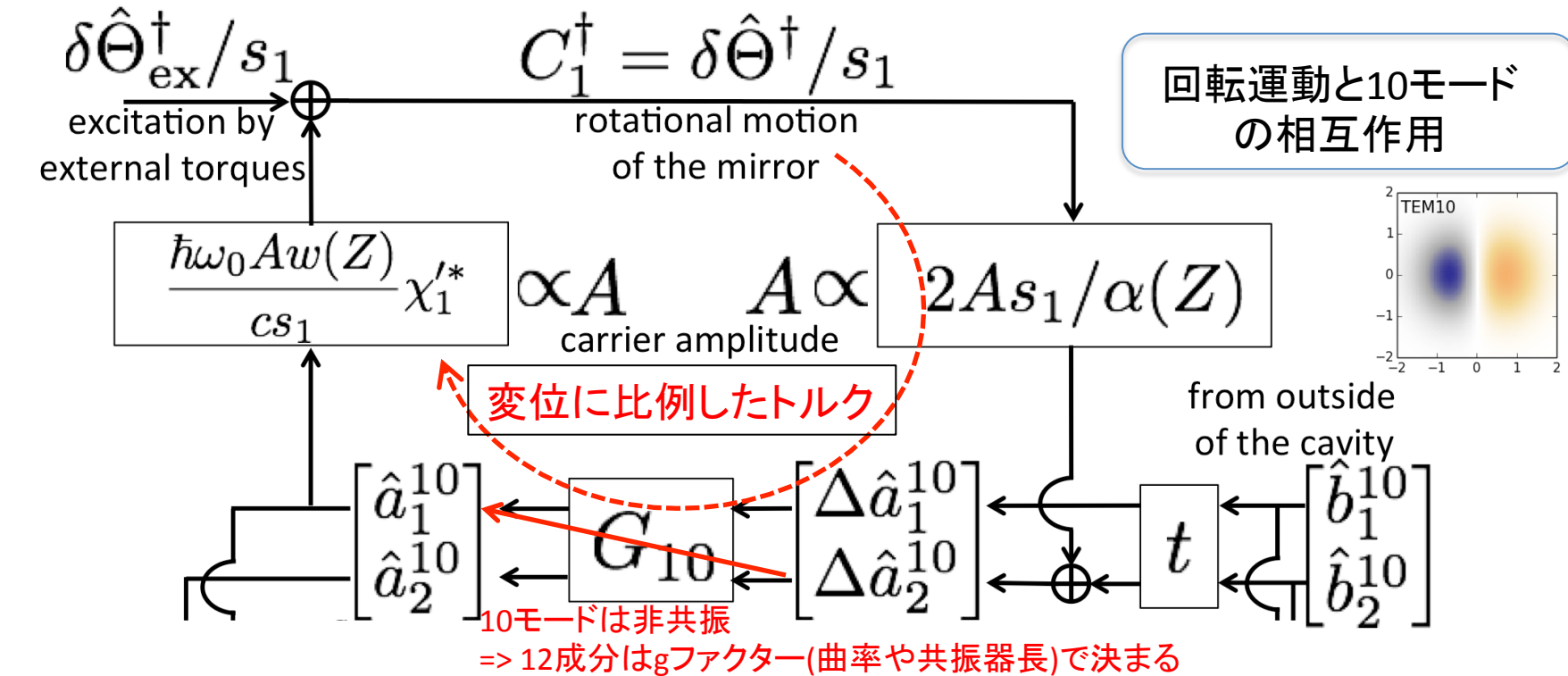
光ばね効果



-- ばね+反減衰 or 反ばね+減衰 の組み合わせで現れることがわかる。

5. 既知の現象の再導出

角度不安定性

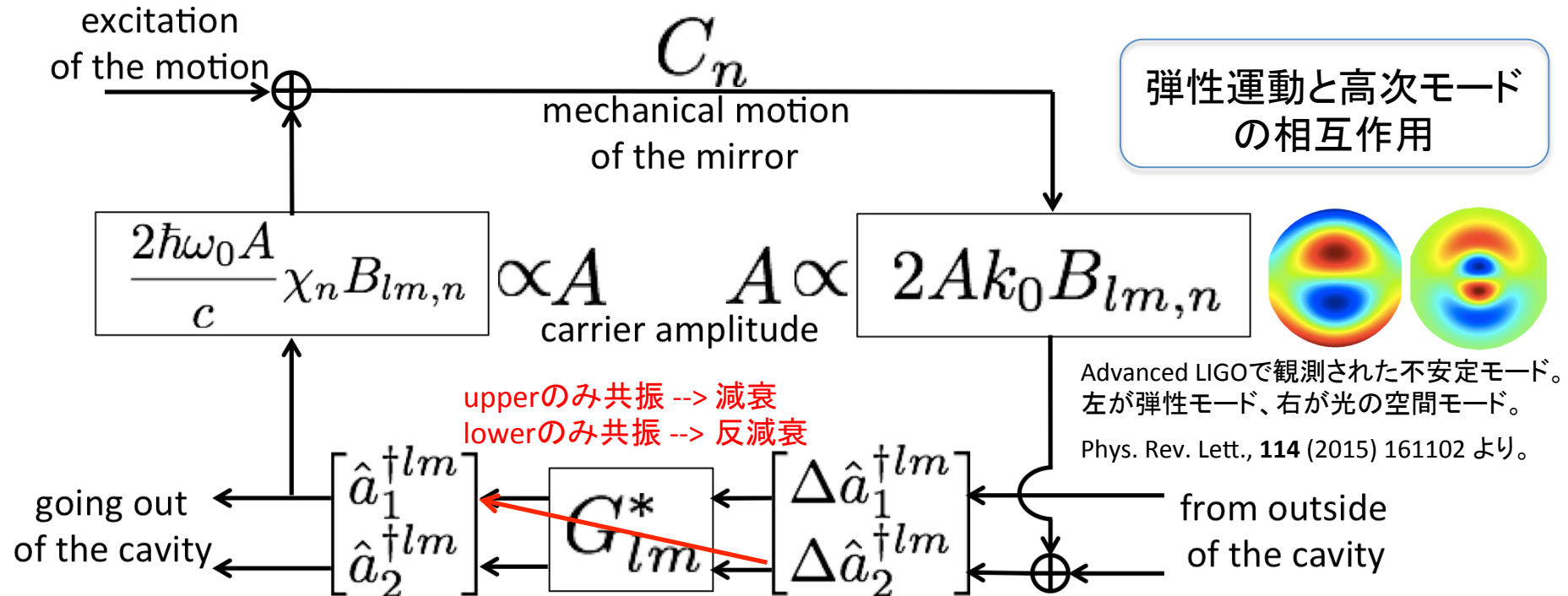


$$\Rightarrow \text{ばね定数 } k_{\text{rot}}(\Omega) = -\frac{2P}{c} \frac{Lg_2}{1 - g_1g_2} \left(1 - i\Omega \frac{LT/c}{2(1 - g_1g_2)} \right)$$

--トルクについても、ばね+反減衰 or 反ばね+減衰 の組み合わせ

5. 既知の現象の再導出

パラメトリック不安定性



-- 一般論を弾性モードの共振周波数 Ω_n において適用することで導ける。

-- upper/lowerのどちらのサイドバンドが共振しているかで行列の12成分の符号が変わる。=> 減衰 or 反減衰

パワー 機械的Q値

$$\mathcal{R}_n = \frac{4Pk_0Q_n}{M\Omega_n^2 c} \sum_{lm} \text{Re} [G_{lm}^-(\Omega_n)] B_{lm,n}^2$$

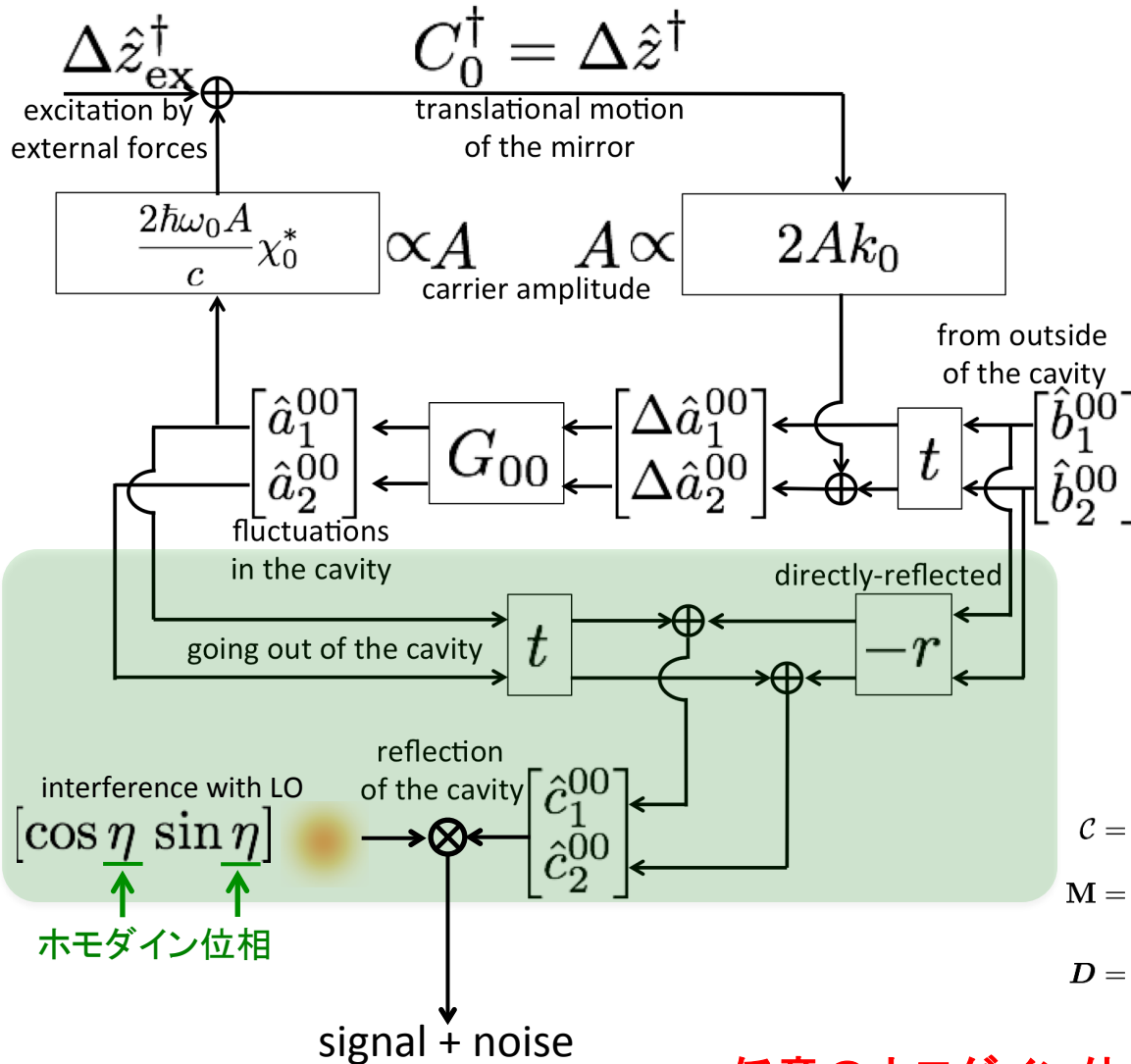
パラメトリック
ゲイン (1を超えると不安定)

行列の12成分

5. 既知の現象の再導出

量子雑音

並進運動と基本モード
の相互作用



-- 光ばねと全く同じブロック図。
反射光(緑の部分)を陽に書いた。
-- 反射光の揺らぎを求めること
ができて、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{c}_1^{00}(\Omega) \\ \hat{c}_2^{00}(\Omega) \end{bmatrix} &= t \begin{bmatrix} \hat{a}_1^{00}(\Omega) \\ \hat{a}_2^{00}(\Omega) \end{bmatrix} - r \begin{bmatrix} \hat{b}_1^{00}(\Omega) \\ \hat{b}_2^{00}(\Omega) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{C} \left[\mathbf{M} \begin{bmatrix} \hat{b}_1^{00}(\Omega) \\ \hat{b}_2^{00}(\Omega) \end{bmatrix} + \mathbf{D} h^*(\Omega) \right] \end{aligned}$$

h : 重力波の振幅 $\Delta \hat{z}_{\text{ex}} = Lh/2$

$$\begin{aligned} C &= \Omega^2[(\Omega + i\gamma)^2 - \Delta^2] + \Delta \iota_c, \\ \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} -\Omega^2(\Omega^2 + \gamma^2 - \Delta^2) - \Delta \iota_c & 2\gamma\Delta\Omega^2 \\ -2\gamma\Delta\Omega^2 + 2\gamma\iota_c & -\Omega^2(\Omega^2 + \gamma^2 - \Delta^2) - \Delta \iota_c \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ (-\gamma + i\Omega)\Omega \end{bmatrix} \frac{2\sqrt{\gamma\iota_c}}{h_{\text{SQL}}} \end{aligned}$$

=> 任意のホモダイン位相での量子雑音が求まる。

目次

- 0. 本研究の概要
- 1. 重力波とその検出
- 2. 重力波検出器と光学機械相互作用
- 3. 光の空間モード
- 4. 一般のモードの相互作用
- 5. 既知の現象の再導出
- 6. 未知の現象の議論**
- 7. まとめ・展望

6. 未知の現象の議論

並進運動 -->	光ばね効果	重力波検出器(鏡の並進運動測定)の量子雑音
回転運動 -->	角度不安定性 (Sidles-Sigg 効果)	
弾性運動 -->	パラメトリック不安定	

-- ここまで一般論を個別に適用して、光ばね効果、角度不安定性、パラメトリック不安定性、重力波検出器の量子雑音を導いた。

6. 未知の現象の議論

	鏡の運動の立場	光の揺らぎの立場
並進運動 /基本モード	光ばね効果	重力波検出器(鏡の並進運動測定)の量子雑音
回転運動 /10 or 01モード	角度不安定性 (Sidles-Sigg 効果)	???
弾性運動 /高次モード	パラメトリック不安定	???

-- ここまで一般論を個別に適用して、光ばね効果、角度不安定性、パラメトリック不安定性、重力波検出器の量子雑音を導いた。

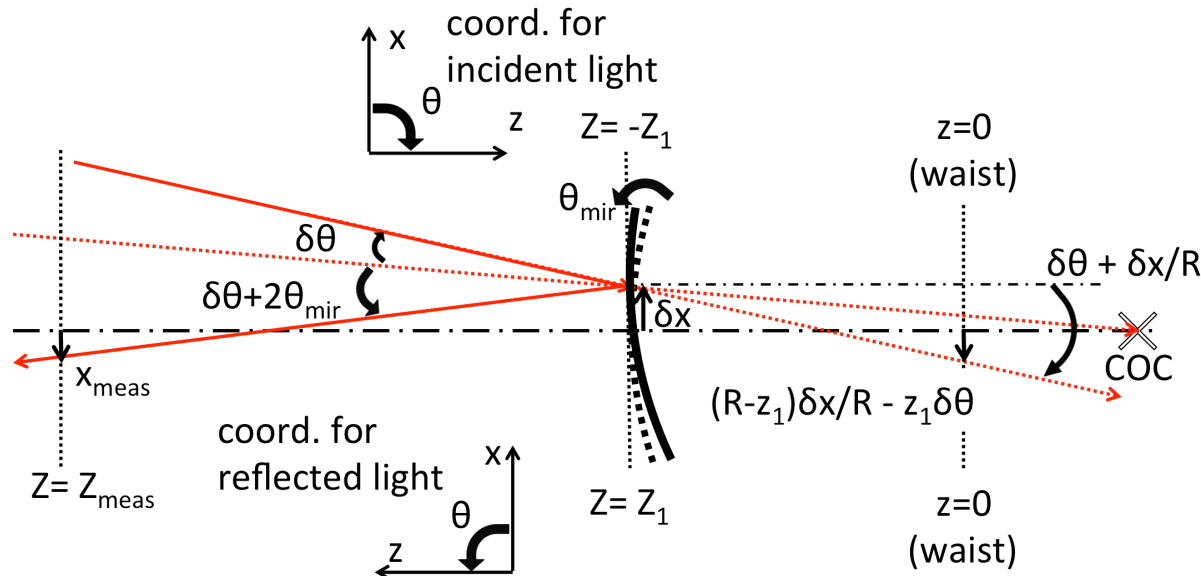
-- 表のように、導いた既知の現象をまとめると、??? の部分に対応する対象が考えられることがわかる。

=> 回転運動測定の量子雑音と10/01モードの揺らぎ

=> 弾性モード測定の量子雑音と高次モードの揺らぎ

6. 未知の現象の議論

回転運動測定量子雑音

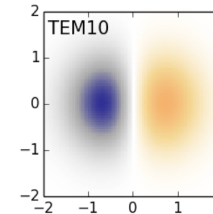
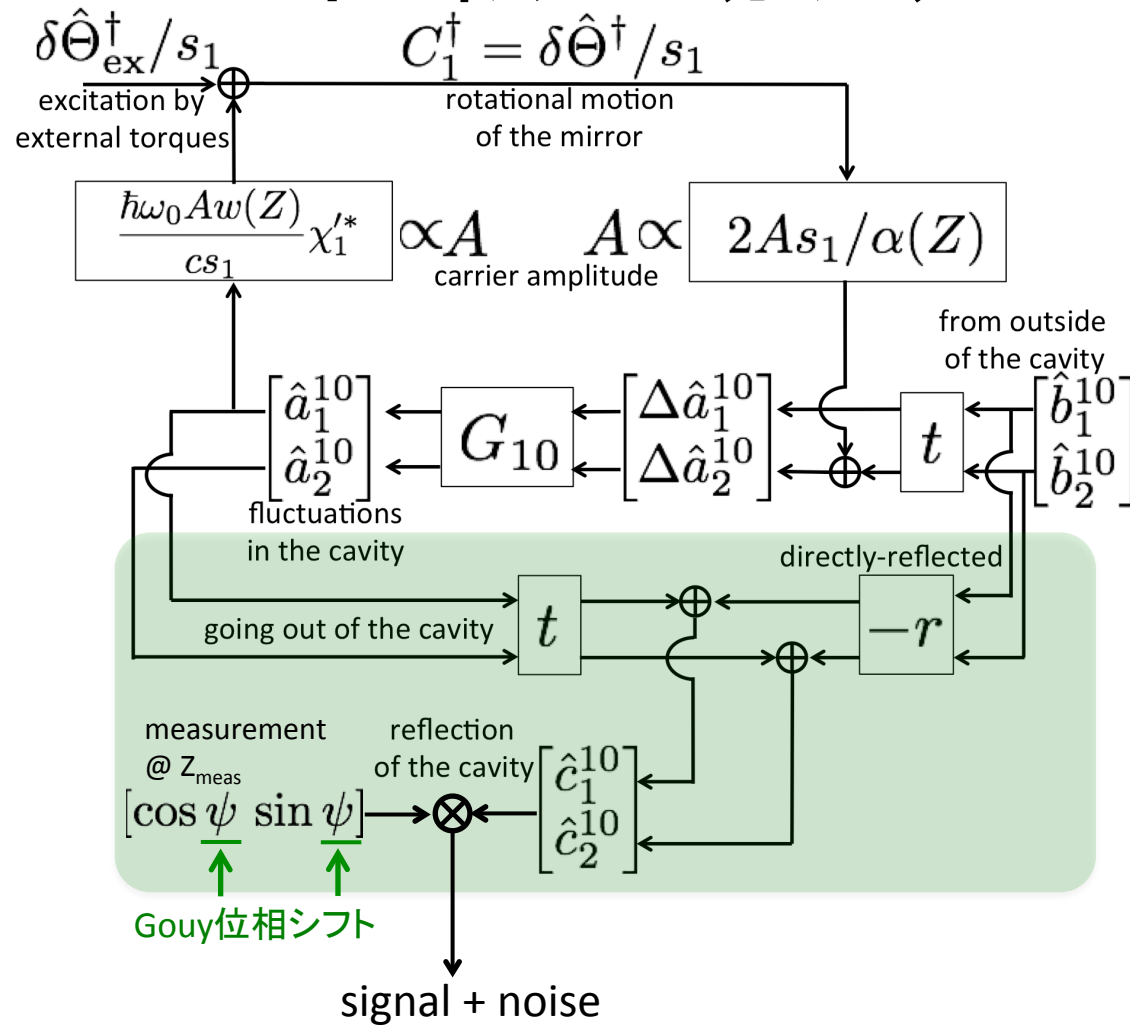


- 鏡の回転を、反射光の測定を通じて測ることを考える。ここでは簡単のため、共振器ではなく鏡1枚の反射による回転の測定を考える (光てこ)。
- 鏡から一定の距離のところ Z_{meas} で反射光の「横方向」の位置 x_{meas} を測定。
=> 10モードの **振幅** 揺らぎ
- 鏡から Z_{meas} までの自由伝播で、基本モードと10モードの位相差がGouy位相の分だけ変化するため、**振幅** 揺らぎと **位相** 揺らぎは回転する。

=> ブロック図の一般論を用いて量子雑音を求める。

6. 未知の現象の議論

回転運動測定 of 量子雑音



回転運動と10モード
の相互作用

-- 並進運動測定 of 量子雑音と全く同様に導出することができる:

$$S_{\Theta, \psi} = \frac{\Theta_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_1} [(-\kappa_1 + \cot \psi)^2 + 1]$$

打ち消し

=> 並進運動と全く同様の表式

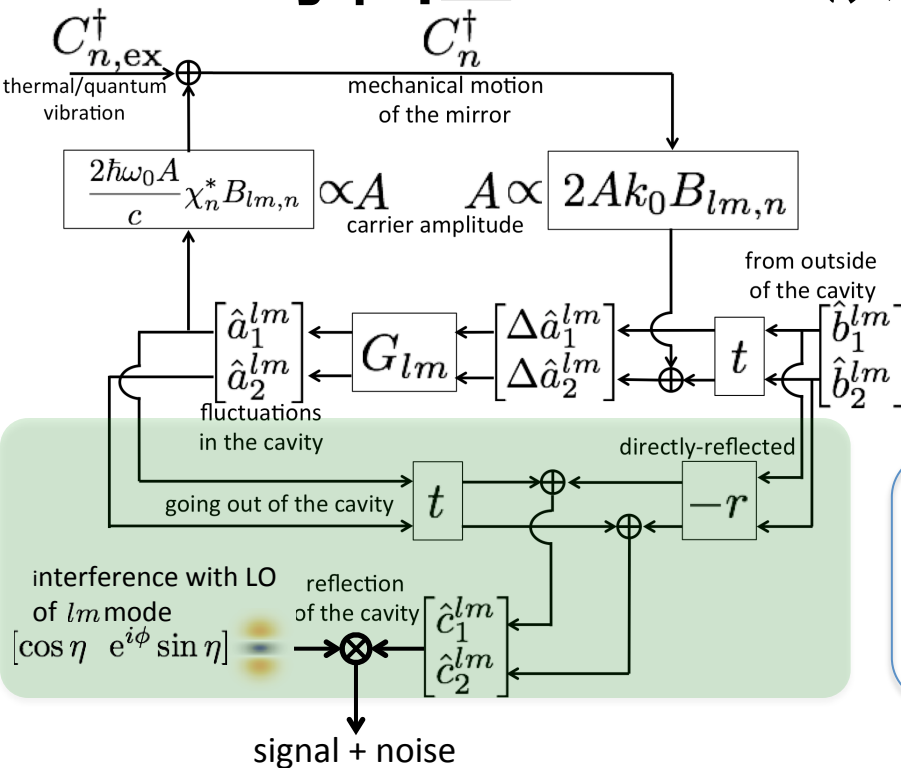
=> 回転運動測定 of 標準量子限界とその突破

=> Gouy位相シフト ψ がホモダイン位相の役割

-- この結果は、Y. Enomoto et al., Phys. Rev. A, **94** (2016) 012115 にまとめられた。

6. 未知の現象の議論

弾性モード測定量子雑音

弾性モードと高次モード
の相互作用

-- 鏡の弾性モードの変位を、それと”似た”光の空間モードの揺らぎの測定を通じて測ることを考える。

-- 反射光の揺らぎの表式:

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_1^{lm} \\ \hat{c}_2^{lm} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - R_n^*} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{TG_{lm}^{+*}}{2} - 1 + R_n^* & -\frac{iTG_{lm}^{-*}}{2} \\ \frac{iTG_{lm}^{-*}}{2} + \frac{iTR_n^*(G_{lm}^{+*2} - G_{lm}^{-*2})}{2G_{lm}^{-*}} & \frac{TG_{lm}^{+*}}{2} - 1 + R_n^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b}_1^{lm} \\ \hat{b}_2^{lm} \end{bmatrix} + \frac{2Ak_0 B_{lm,n}}{\sqrt{T}} \begin{bmatrix} -\frac{iTG_{lm}^{-*}}{2} \\ \frac{TG_{lm}^{+*}}{2} \end{bmatrix} C_{n,\text{ex}}^\dagger \right\}$$

$$T = t^2 \quad G_{lm}^{+*} = 2[G_{lm}]_{11}$$

$$G_{lm}^{-*} = 2i[G_{lm}]_{12}$$

$$R_n^* = -\frac{4Pk_0 i \chi_n^*}{c} G_{lm}^{-*} B_{lm,n}^2$$

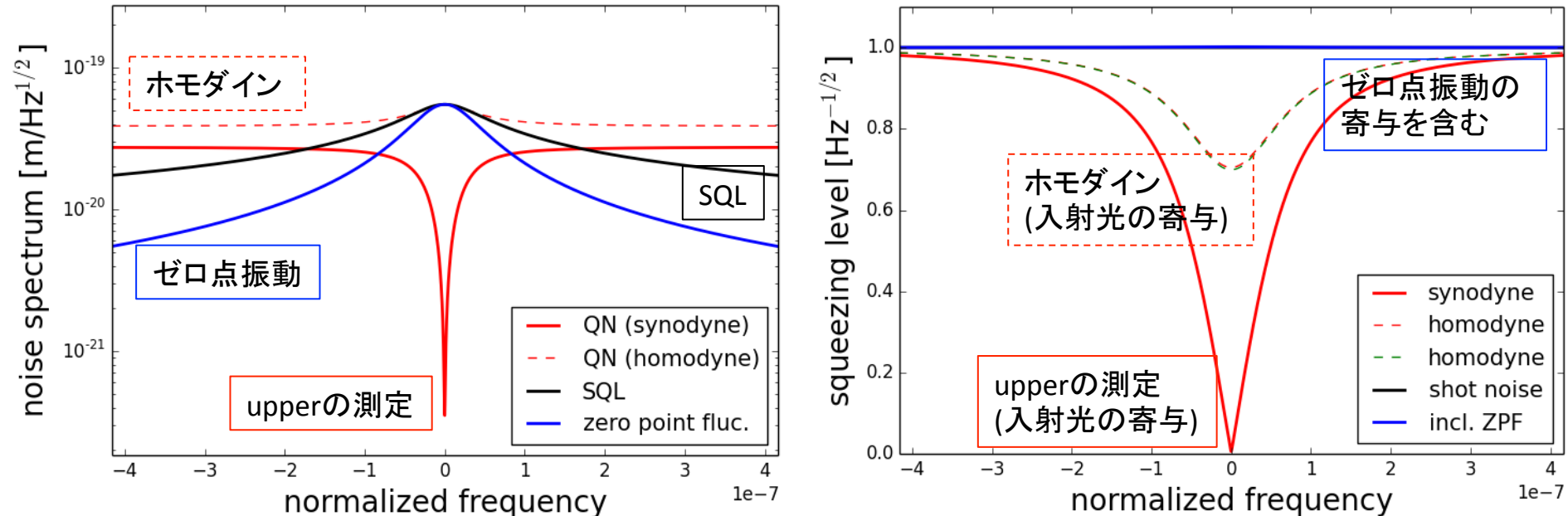
-- 以上の表式から量子雑音を計算できる。

-- パラメトリック不安定性のときと同様に、

弾性モードの共振周波数付近、かつupper/lowerのどちらかのサイドバンドのみが共振の場合を考えよう。

6. 未知の現象の議論

弾性モード測定量子雑音



-- Advanced LIGOの腕共振器に対して計算した。

23 kHzの弾性モード、3次の空間モード、upperのみが共振器で共振。
 パラメトリックゲイン($\equiv R_n^*$)が -1 になるようにパラメータを選んだ。

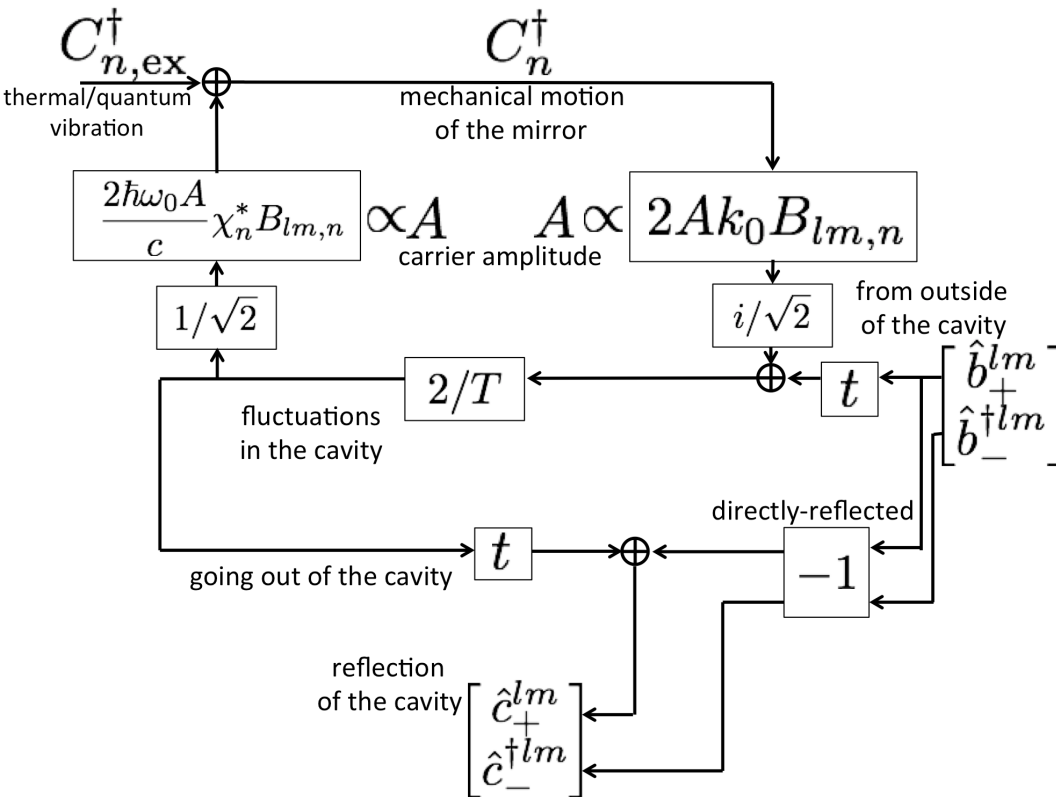
-- 左: 弾性モードの変位で規格化した量子雑音のスペクトル

右: 反射光の揺らぎのスペクトル

-- ゼロ点振動を観測するのに十分な感度を得られること、反射光の揺らぎはゼロ点振動を含めないとショットノイズレベルにならないことがわかる。

6. 未知の現象の議論

機械的振動子の状態の転写



(振幅揺らぎ、位相揺らぎ)の基底ではなく、(upper, lower)の基底で表している。

-- 共振周波数での量子雑音の特異な振る舞いは次のように理解できる:
共振器のフィネスが十分高い場合、共振器の中にlowerサイドバンドが存在しないとみなせるから、ブロック図を簡略化できる。

=> 反射光のupperサイドバンドは

$$\hat{c}_+^{lm} = \frac{1 + R_n^* \hat{b}_+^{lm}}{1 - R_n^*} + \frac{i2\sqrt{2}Ak_0 B_{lm,n}}{(1 - R_n^*)\sqrt{T}} C_{n,ex}^\dagger$$

$R_n^* = -1$ のとき、**入射光の揺らぎの寄与が0になる。**

-- 弾性モードが基底状態(= ゼロ点振動)にあるとき、**upperサイドバンドのパワースペクトルは1(= ショットノイズレベル)になる。**

目次

- 0. 本研究の概要
- 1. 重力波とその検出
- 2. 重力波検出器と光学機械相互作用
- 3. 光の空間モード
- 4. 一般のモードの相互作用
- 5. 既知の現象の再導出
- 6. 未知の現象の議論
- 7. まとめ・展望

7. まとめ・展望

= まとめ =

-- 干渉計型重力波検出器の感度・安定度に密接かつ多面的に関わっている光学機械相互作用についての理論的な研究を行った。そして、共振器における光学機械相互作用を光の一般の空間モードと鏡の一般の運動モードに対してブロック図を用いて記述した。

-- 一般論から、重力波検出器の量子雑音、光ばね効果、共振器の鏡の角度不安定性、パラメトリック不安定性といった既知の現象を導き、統一的な見方を与えた。さらに、鏡の回転運動測定や弾性モード測定の量子雑音といった新規な対象を見つけ、物理的意味を考察した。

-- とくに回転運動測定の量子雑音において、並進運動の場合との対応関係や量子雑音の低減方法を導いた。また弾性モード測定の量子雑音において、量子雑音がゼロ・共振器の反射光の揺らぎに弾性モードの変位が転写、という特異な振る舞いを導いた。

7. まとめ・展望

= 展望 =

-- 統一的な視点を与えたことで、干渉計型重力波検出器における**雑音の見積もり**や**不安定性制御の方法**に応用できる。

- 高次モードの(アンチ)スクイーズによる感度の悪化の計算
- パラメトリック不安定性の制御への、他の不安定性制御の方法の応用

-- 弾性モード測定 of 量子雑音で見られた振る舞い

(量子雑音がゼロになる、反射光の揺らぎに振動子の変位が転写される)

は、一般的で、弾性モードに限ったものではない。

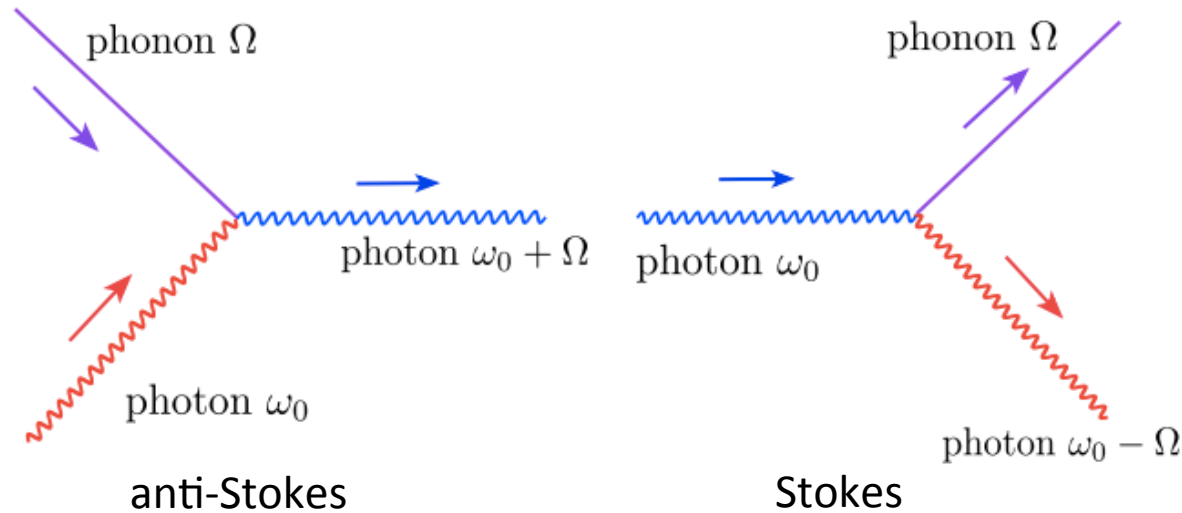
雑音なしで変位を測定

=> 光学機械相互作用を用いた**巨視的量子系の実験**への応用
(振動子の冷却など)

以上です。ありがとうございました。

予備スライド

Stokes/anti-Stokes過程

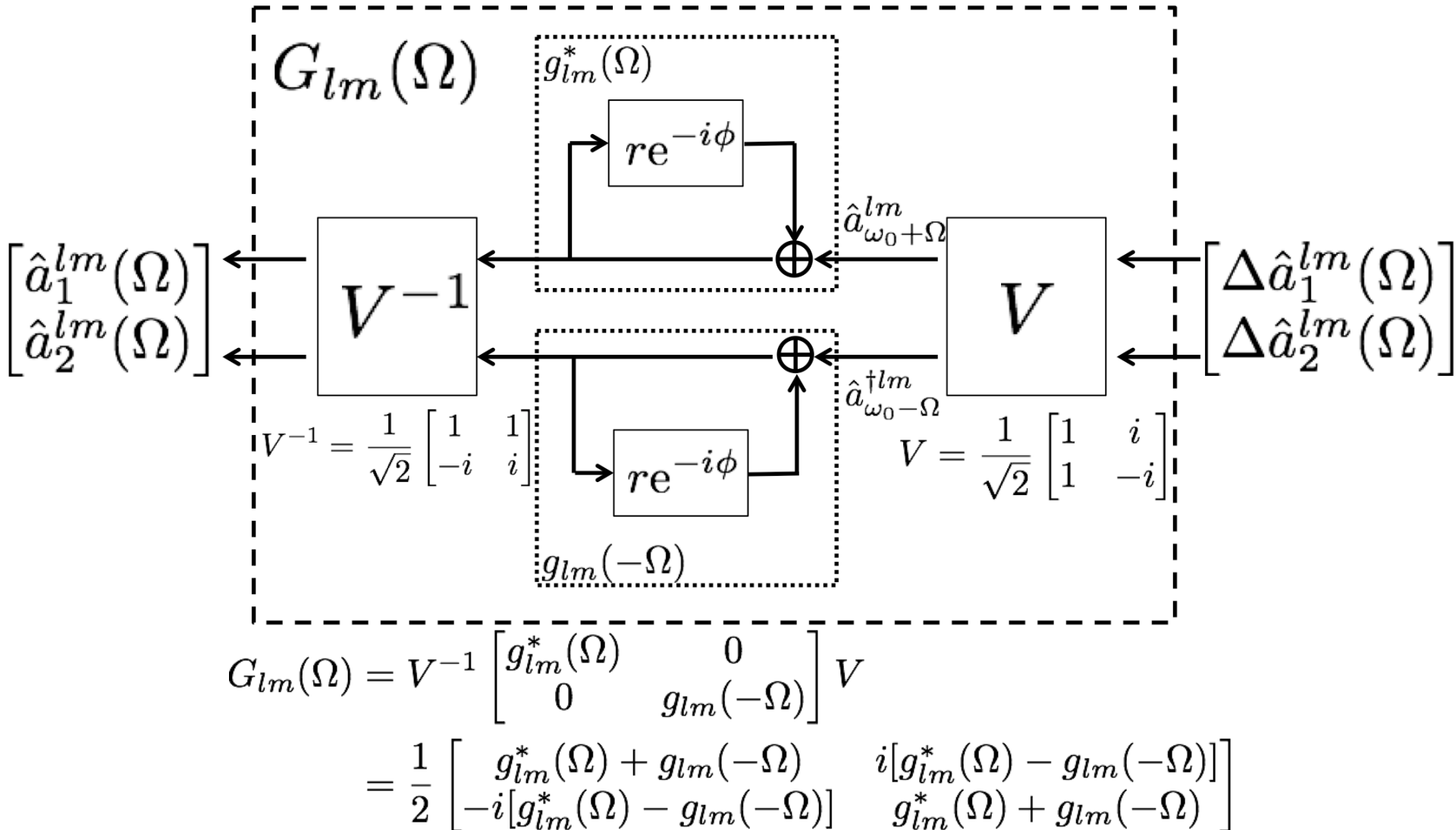


Y. Ma, Ph.D. thesis, Univ. of Western Australia (2015)より

- upperのみ共振 => anti-Stokes 優勢 => damping
- lowerのみ共振 => Stokes 優勢 => anti-damping

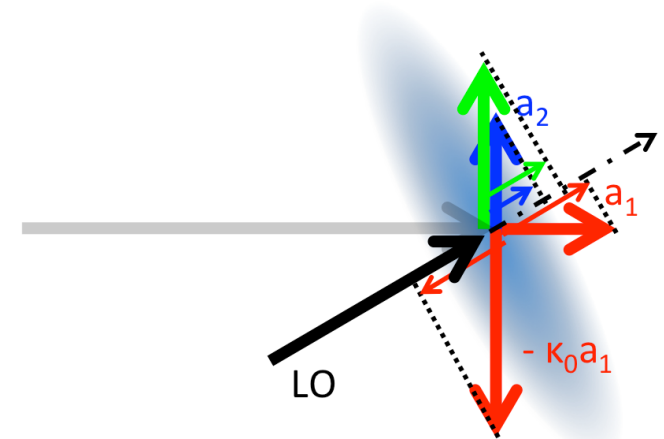
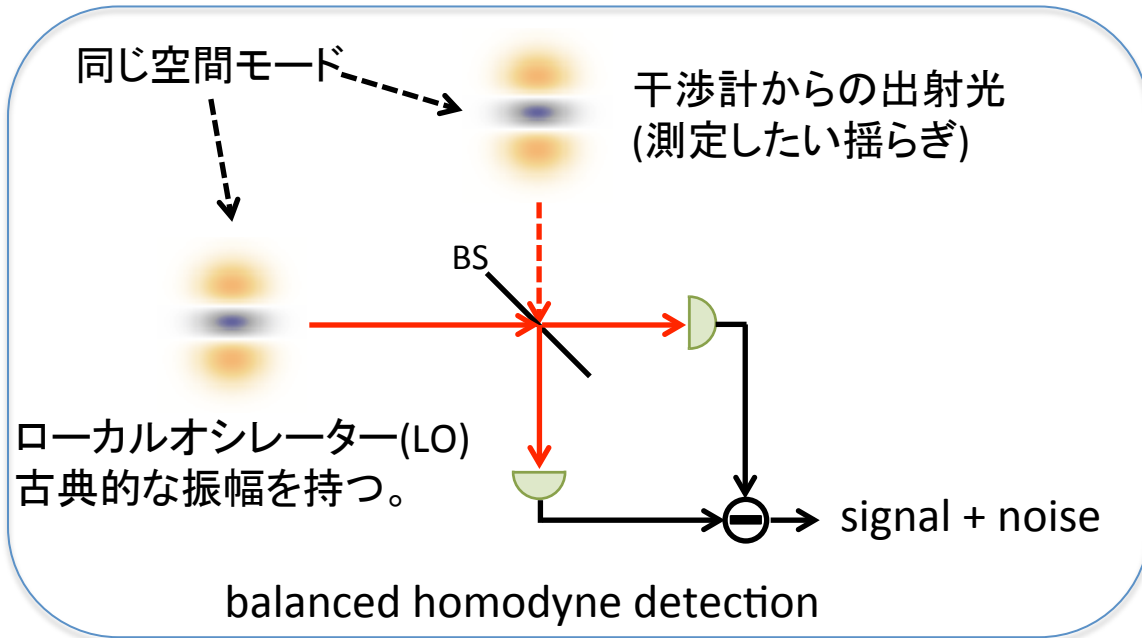
予備

共振器による増幅



予備

LOとの干渉



- LOと出射光の間の位相差がホモダイン位相となる。
- ホモダイン測定では、LOは ω_0 のレーザー光。
- $\omega_0 \pm \Omega$ のLOを用いることでの、 $\hat{c}_1^{lm} \cos \eta + \hat{c}_2^{lm} e^{i\phi} \sin \eta$ に対応する量の測定が提案されている (synodyne測定)。
- 実際、 $E \propto \cos(\omega_0 + \Omega)t$ のLOを用いると、 $[\hat{c}_{\omega_0+\Omega} + \hat{c}_{\omega_0+\Omega}^\dagger]/\sqrt{2}$ という量が測定でき、upperサイドバンドの測定を実現する。

弾性モードの測定: パラメータ

P	$\Omega_n/2\pi$	Q_n	M	$\lambda = k_0/2\pi$	$B_{lm,n}$	$\mathcal{R}_n$
34.35 kW	23.019 kHz	12×10^6	40 kg	1064 nm	0.42483	-1.000

- Advanced LIGO の腕共振器。 $L = 3995.5$ m, $\mathcal{F} = 450$
- 高次モード間隔は 5.1 ± 0.3 kHz 、FSRは37.5 kHz
- 高次モード間隔が4.84 kHz のとき、ちょうど3次モードのupperが共振。

Hamiltonian approach

-- 並進運動と基本モードの相互作用の場合。

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hbar(\omega_c - G_0\hat{x})\hat{a}^\dagger\hat{a} + i\hbar\sqrt{2\gamma}(\hat{a}\hat{a}_{\text{in}} - \text{H.c.}) + \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\Omega_n^2\hat{x}^2 \\ &\simeq \hbar\omega_c\bar{a}(\delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger) + i\hbar\sqrt{2\gamma}(\hat{a}\hat{a}_{\text{in}} - \text{H.c.}) - G_0\hat{x}\bar{a}(\delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger) + \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\Omega_n^2\hat{x}^2\end{aligned}$$

$$\dot{\hat{p}} = -m\Omega_n^2\hat{x} - \hbar G_0\bar{a}(\delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger)$$

振幅揺らぎ

$$\delta\dot{\hat{a}} = iG_0\bar{a}\hat{x} + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\delta\hat{a} - \delta\hat{a}^\dagger) = 2iG_0\bar{a}\hat{x} + \dots$$

位相揺らぎ

予備

“消えた”入射光の揺らぎ

