

# 鏡の回転運動測定の量子雑音

宇宙線研究所 重力波観測研究施設

川村研M2 榎本 雄太郎

# 目次

0. 概要
1. 量子雑音とは
2. ビームジッターと空間モード
3. 鏡の回転運動測定の量子雑音
4. まとめ・議論

# 目次

- 0. 概要
- 1. 量子雑音とは
- 2. ビームジッターと空間モード
- 3. 鏡の回転運動測定の量子雑音
- 4. まとめ・議論

# 0.概要

- 自分の論文の宣伝です ([arXiv:1602.05344](https://arxiv.org/abs/1602.05344), submitted to PRA).
  - Optical lever で鏡の角度を測定する際の測定の反作用は？量子雑音は？標準量子限界は？etc...
  - 今回の話の実験的な応用先、高次モードにまつわる話、など面白い意見・アイディアを募集してます。
- Standard quantum limit of angular motion of a suspended mirror and homodyne detection of ponderomotively squeezed vacuum of the first-order Hermite-Gaussian modes of light field
- Yutaro Enomoto,<sup>\*</sup> Koji Nagano, and Seiji Kawamura  
*Institute for Cosmic Ray Research (ICRR), University of Tokyo,  
 5-1-5 Kashiwa-no-ha, Kashiwa, Chiba 277-8582, Japan*  
 (Dated: March 15, 2016)
- Compared to the quantum noise in the measurement of the translational motion of a suspended mirror using laser light, the quantum noise in the measurement of the angular motion of a suspended mirror has not been investigated intensively despite its potential importance. In this article, an expression for the quantum noise in the angular motion measurement is explicitly derived. The expression indicates that one quadrature of the vacuum field of the first-order Hermite-Gaussian mode of light causes quantum sensing noise and the other causes quantum backaction noise, or in other words the first-order vacuum field is ponderomotively squeezed. It is also shown that the Gouy phase shift the light acquires between the mirror and the position of detection of the light corresponds to the homodyne angle. Therefore, the quantum backaction noise can be cancelled and the standard quantum limit can be surpassed by choosing the appropriate position of detection analogously to the cancellation of quantum radiation pressure noise by choosing an appropriate homodyne angle.

PACS numbers: 03.65.Ta, 04.80.Nn, 42.60.Da

# 1. 量子雑音とは

-- レーザー干渉計型重力波検出器では、鏡にレーザー光を反射させて鏡の変位を読み取る。  
=> 高感度変位センサ。鏡の変位が、反射光の位相に転写される。

-- 光を用いるため、電磁場の量子揺らぎに起因する雑音が不可避である。

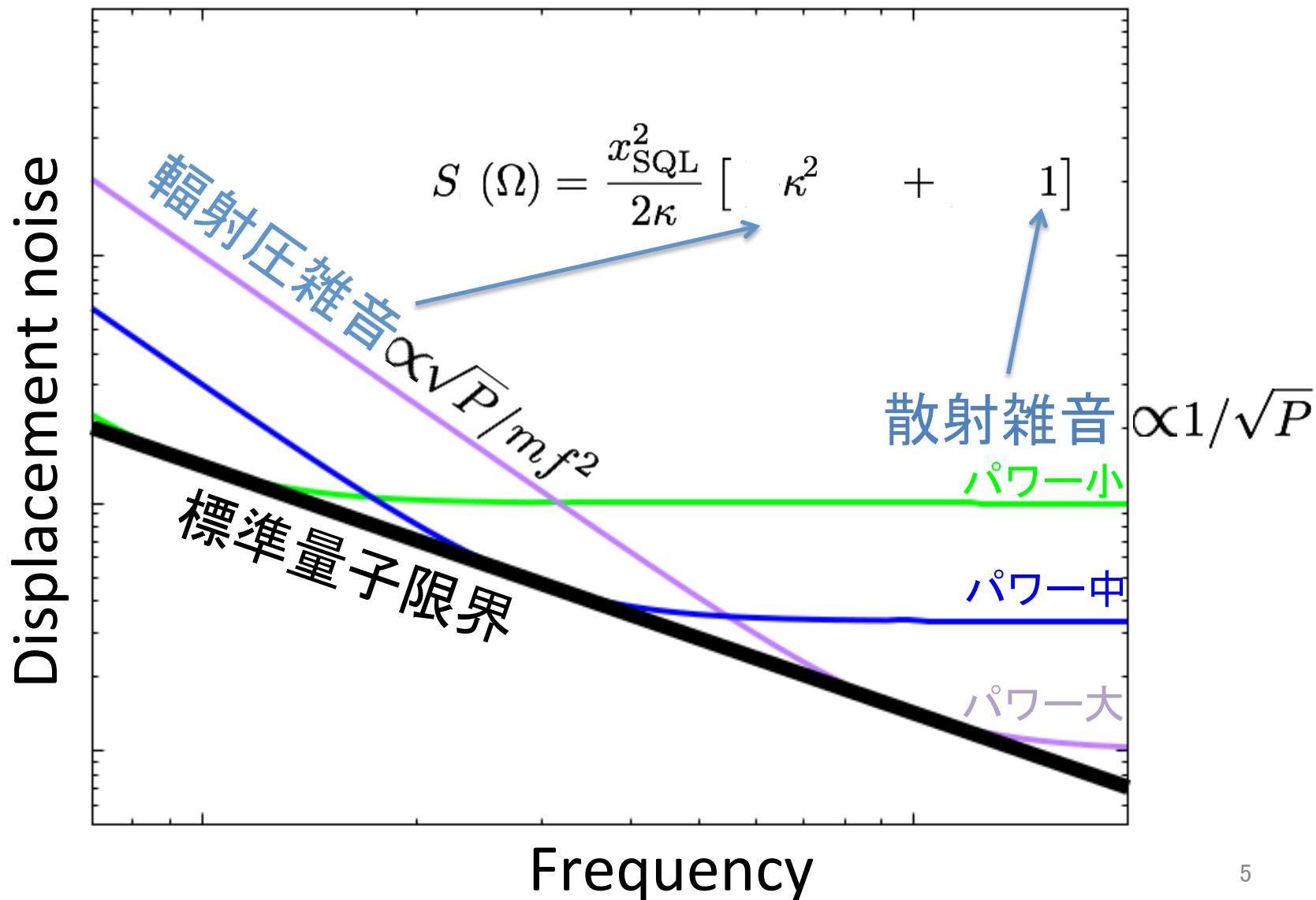
- 散射雑音(ショットノイズ): 光検出の際の光子数の量子揺らぎ
- 辐射圧雑音: 鏡で光が反射する際の光子数の揺らぎ(≒ 辐射圧揺らぎ)で、実際に鏡を動かしてしまうことによる雑音

**ショットノイズ = 検出精度、 辐射圧雑音 = 測定の反作用**

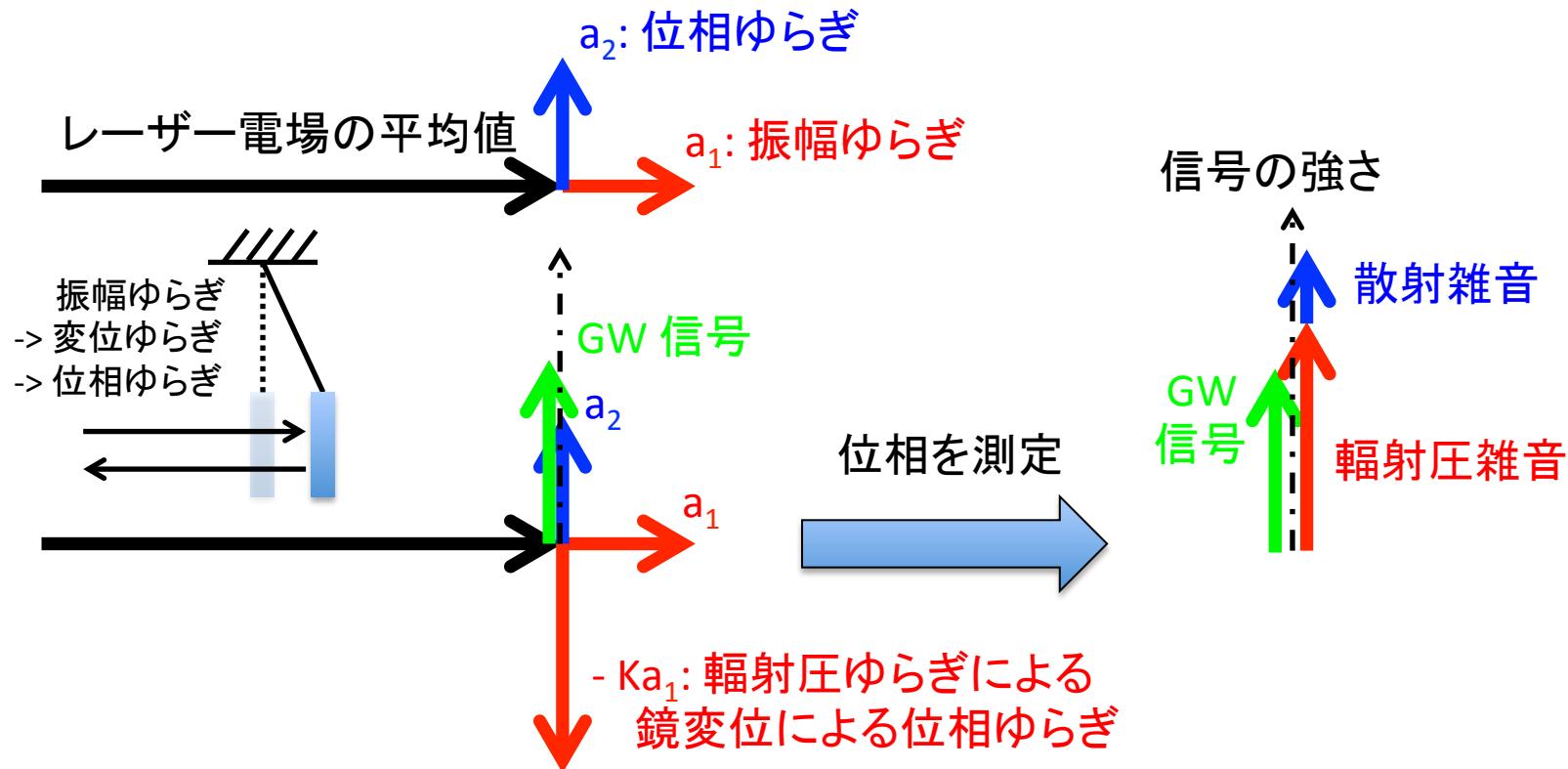
両者はトレードオフ(不確定性原理) => **標準量子限界(SQL)**

-- SQLはあらゆる精密測定に存在する。

## 1. 量子雑音とは



# 1. 量子雑音とは

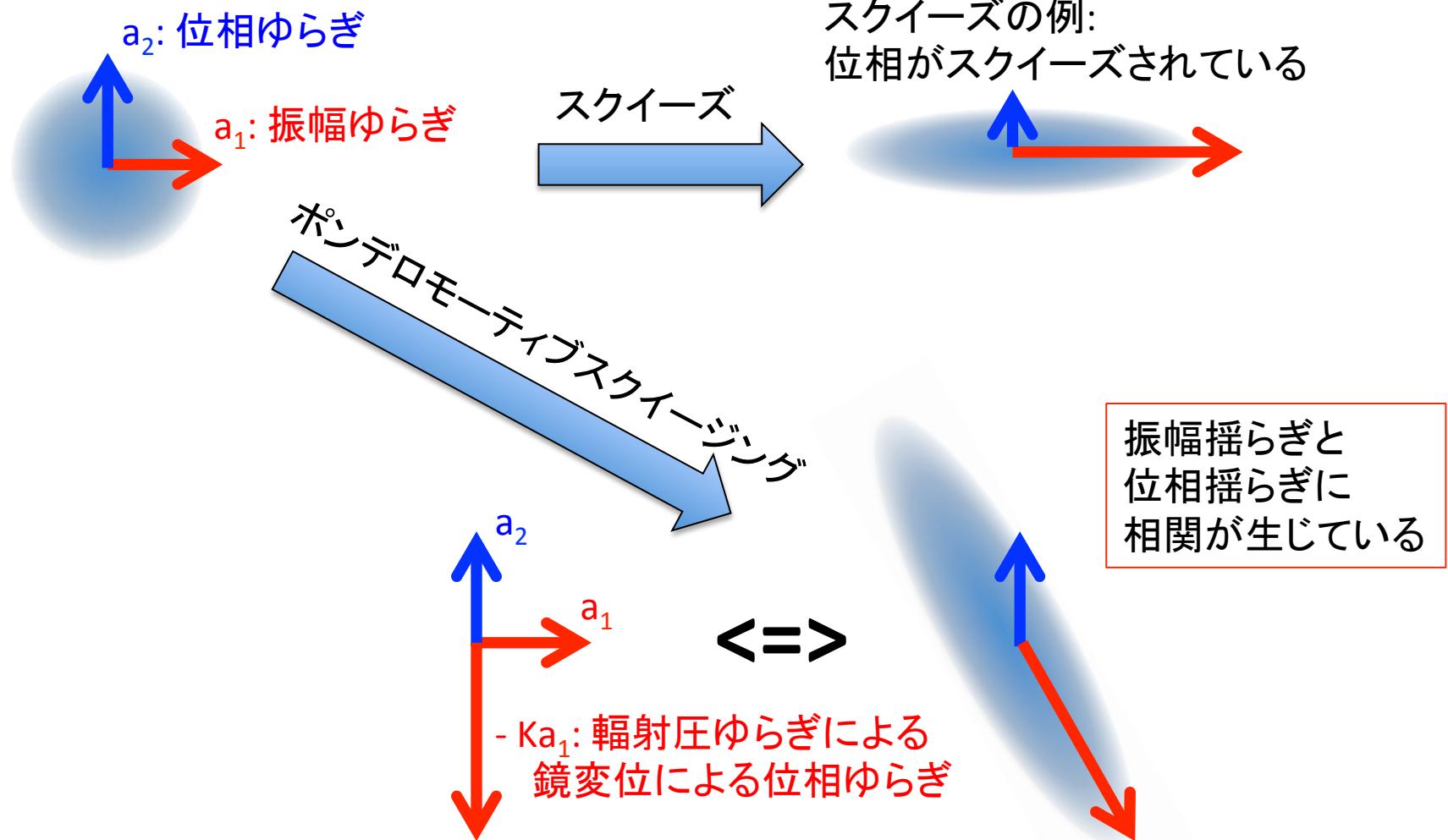


- 干渉計は位相変化を強度変化として読み出す装置であるから、位相揺らぎだったものが検出の時点では振幅揺らぎ(=ショットノイズ、光子数の揺らぎ)となる。
- 鏡との相互作用で、真空揺らぎがスクイーズを受ける。  
=> ポンデロモーティブスクイージング

## 1. 量子雑音とは

# スクイーズ

-- 不確定関係の下ある成分の揺らぎが減り、直交する成分の揺らぎが増える。



## 1. 量子雑音とは

# SQLを超えての低減

-- SQLは超えられない？？？

=> **超えられる!!!**

-- どうやって？

- 周波数依存のスクイーズを受けた真空の注入

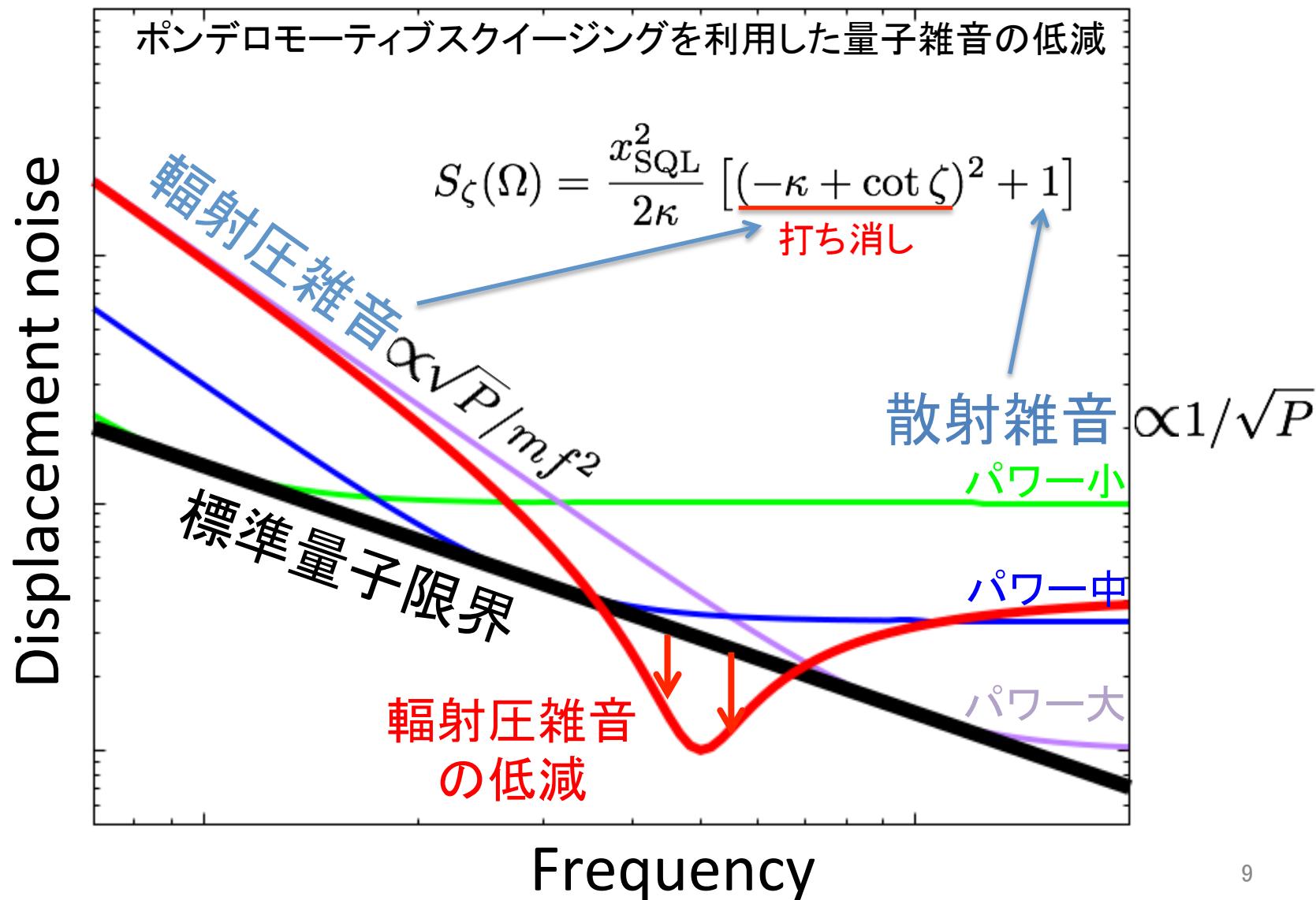
- “運動量”を測定する(speed-meter)

- ポンデロモーティブスクイージングの利用

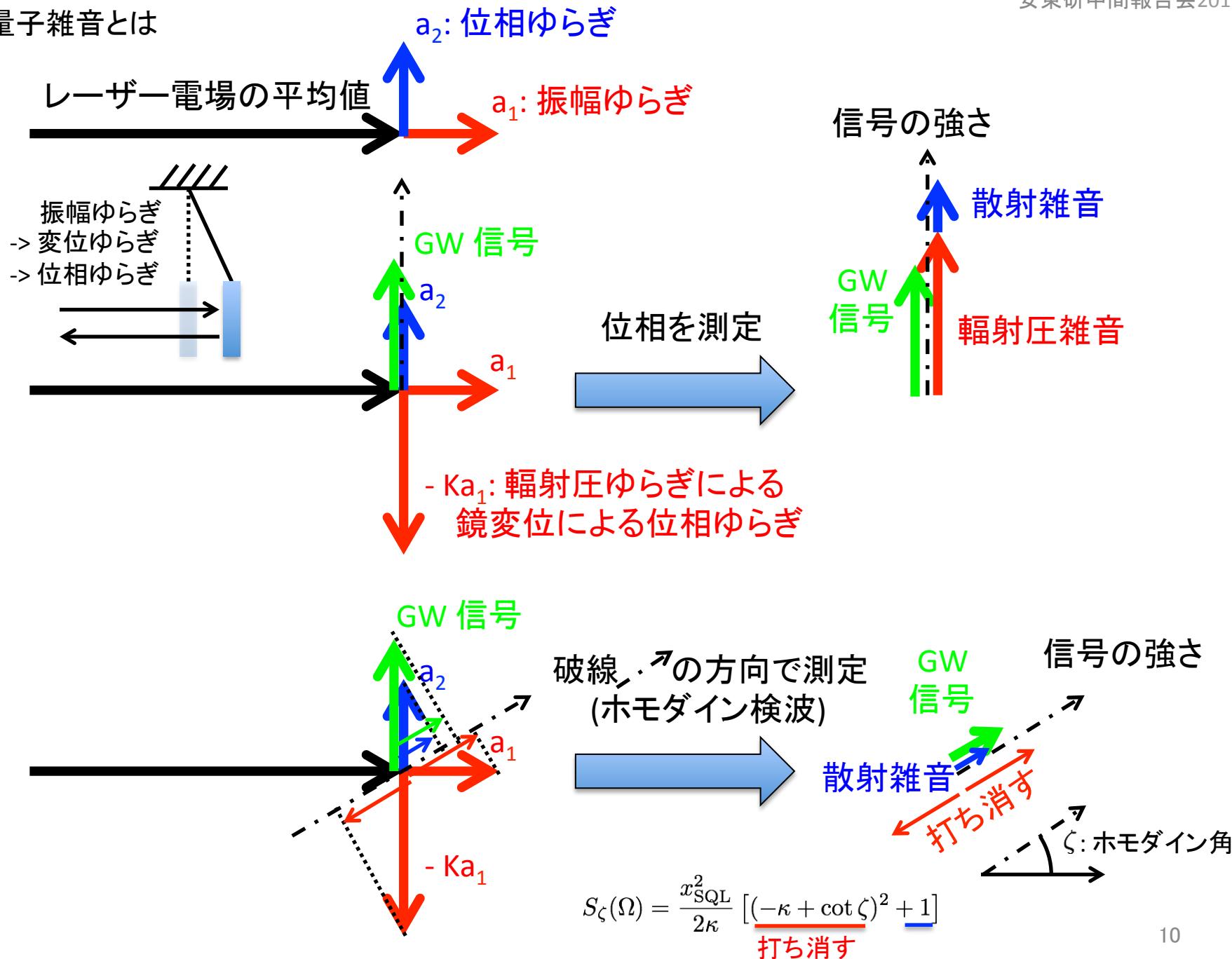
(=> この実証に向けて柏で実験してます。)

-- ポンデロモーティブスクイージングを用いた量子雑音の低減のためには、干渉計の出射電場に対して、ホモダイン検波を行う必要がある。 -> **位相成分と振幅成分**の線型結合を測定できる。

## 1. 量子雑音とは



## 1. 量子雑音とは

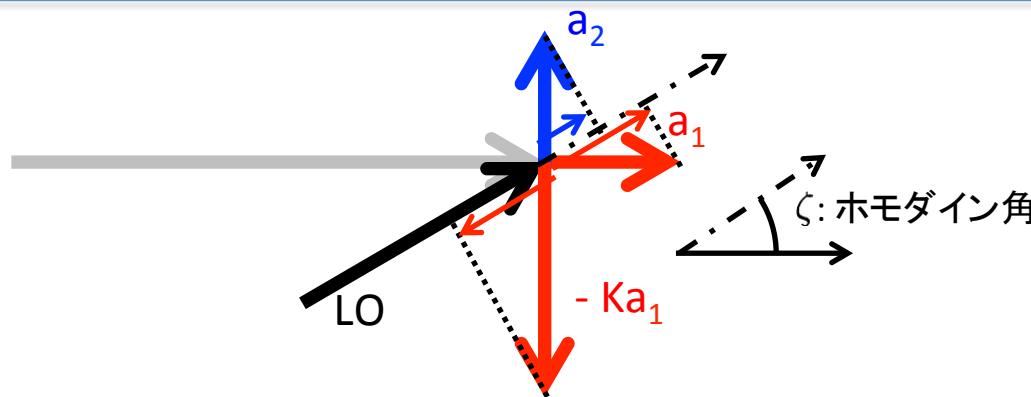


## 1. 量子雑音とは

# ホモダイン検波

- ホモダイン検波では、振幅揺らぎ成分と位相揺らぎ成分の線型結合を測定できる。
- ローカルオシレータ(LO)と干渉させ、パワーを測定する。  
 => LOと同じ方向の成分だけがパワーに寄与するため、その方向の成分を測定することができる。LOが新たなキャリア

=> 鏡に反射したときの振幅揺らぎ( $a_1$ )とパワーを測定する時点でのキャリア(LO)の位相差がホモダイン角に対応する。

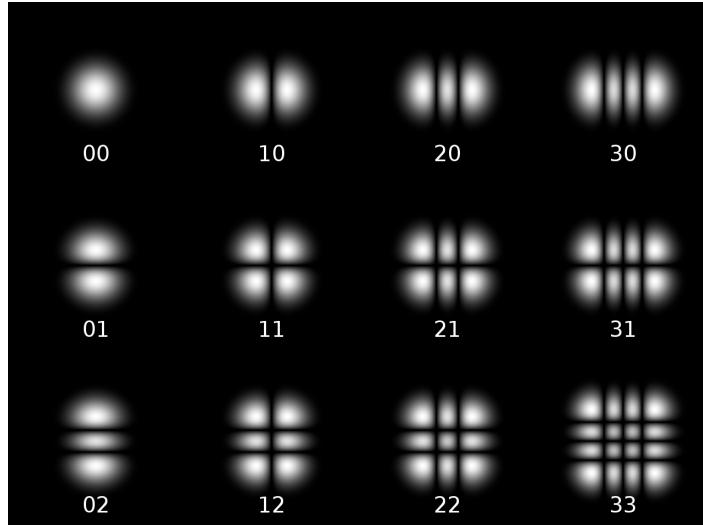


# 目次

0. 概要
1. 量子雑音とは
2. ビームジッターと空間モード
3. 鏡の回転運動測定の量子雑音
4. まとめ・議論

## 2. ビームジッターと空間モード

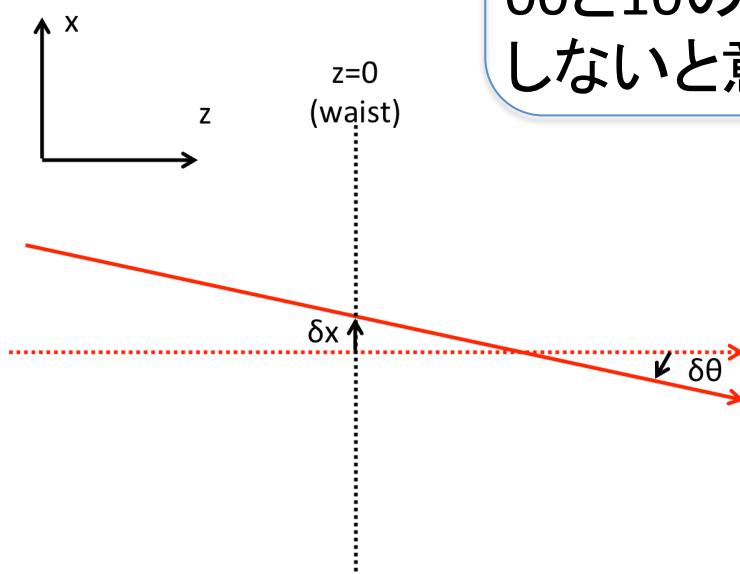
- ビームジッター: ビームのtransverseな位置や進む方向がふらふらすること。
- 空間モード: ビーム断面の形。最もよく使われる空間モードの基底は、エルミート-ガウスモードと呼ばれる。  
電場振幅がエルミート多項式とガウシアンの積で表される。



$$\begin{aligned}
 U_{lm}(x, y, z, t) &= u_{lm}(x, y, z) e^{i\phi_{lm}(x, y, z, t)}, \\
 u_{lm}(x, y, z) &= \sqrt{\frac{2}{\pi w^2(z)}} \frac{e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}}}{\sqrt{2^l l! 2^m m!}} H_{lm} \left( \frac{\sqrt{2}x}{w(z)}, \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right), \\
 \phi_{lm}(x, y, z, t) &= \omega_0 t - k_0 z - k_0 \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + (l + m + 1)\zeta(z).
 \end{aligned}$$

## 2. ビームジッターと空間モード

- 普通のレーザー光は基本(00)モード
- 00モードに小さな10/01モードが重ね合わさると、ジッターを生む。  
(道村さんの資料)がわかりやすいです)
- 00モードと同じ位相( $\times 1$ )で10モードを重ね合わせる  
=> 平行移動(ウエストで測ったtransverseな“ずれ”)
- 00モードと $90^\circ$ ずれ( $\times i$ )で10モードを重ね合わせる  
=> 角度ずれ



00と10の位相差は、位相差をみる地点を指定しないと意味を持たない <- Gouy phase

$$E = U_{00} + \left( \frac{\delta x}{w_0} + i \frac{\delta \theta}{\alpha_0} \right) U_{10}$$

## 2. ビームジッターと空間モード

-- ウエスト以外の位置の場合に一般化。

「ある位置」で見たとき、

- 00モードと同じ位相( $\times 1$ )で10モードを重ね合わせる

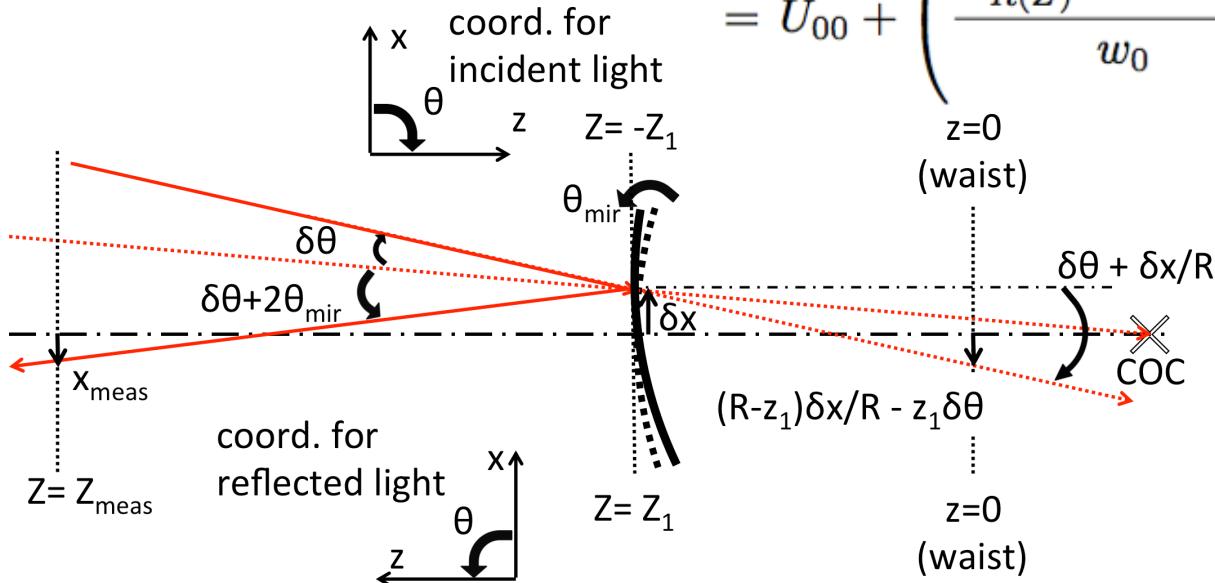
=> 平行移動(「ある位置」で測った“ずれ”)

- 00モードと $90^\circ$ ずれ( $\times i$ )で10モードを重ね合わせる

=> 角度ずれ(図中 $\delta\theta$ )

$$E^{(-)} \propto U_{00} + \left( \frac{\delta x}{w(Z)} + i \frac{\delta\theta}{\alpha(Z)} \right) U'_{10}$$

$$= U_{00} + \left( \frac{\frac{R(Z)-Z}{R(Z)} \delta x + Z \delta\theta}{w_0} + i \frac{\delta\theta - \delta x/R(Z)}{\alpha_0} \right) U_{10}$$



## 2. ビームジッターと空間モード

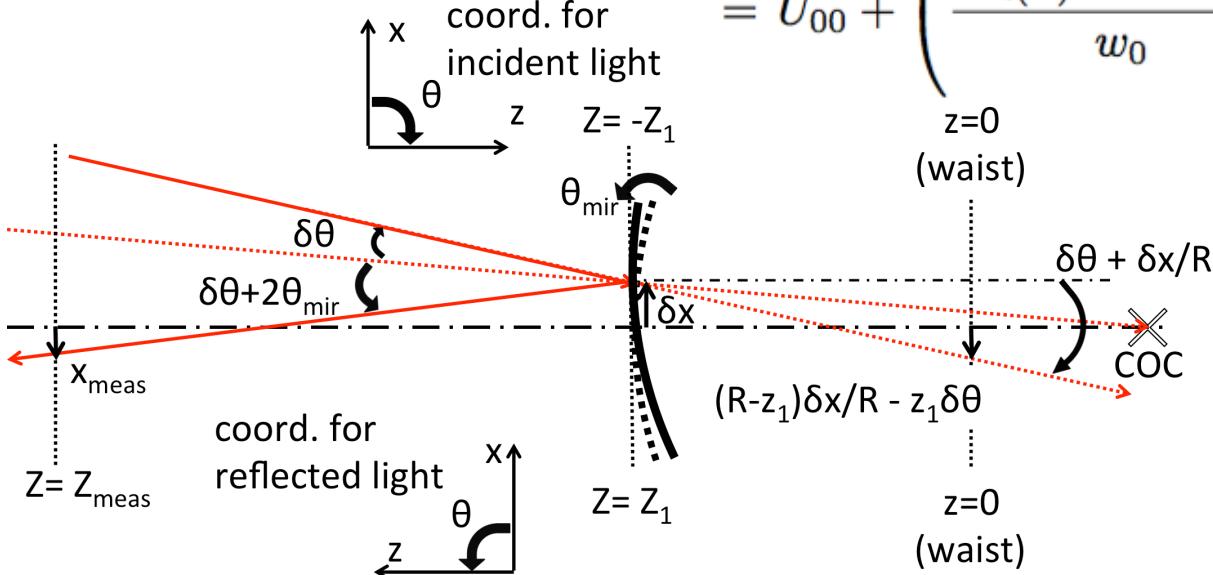
-- 逆に、ある電場が与えられたとき、「ある位置」で測った transverseな“ずれ”を求めることができる。

(=「ある位置」に置かれたQPD上のスポット位置)

「ある位置」で00モードと同位相な、10モードの成分がいくらであるかを調べればよい。

$$E^{(-)} \propto U_{00} + \left( \frac{\delta x}{w(Z)} + i \frac{\delta \theta}{\alpha(Z)} \right) U'_{10}$$

$$= U_{00} + \left( \frac{\frac{R(Z)-Z}{R(Z)} \delta x + Z \delta \theta}{w_0} + i \frac{\delta \theta - \delta x / R(Z)}{\alpha_0} \right) U_{10}$$



## 2. ビームジッターと空間モード

# HGモードの量子化

- 1.では、実は単一モード(00モードのキャリアと量子揺らぎ)のみ扱っていた。
- 実際には、**すべてのモードに対して量子揺らぎ**が存在する。
  - 平面波基底での量子化:  $(k_x, k_y, k_z)$ の自由度
  - HGモード基底での量子化:  $(l, m, k_z)$ の自由度

つまり、、、

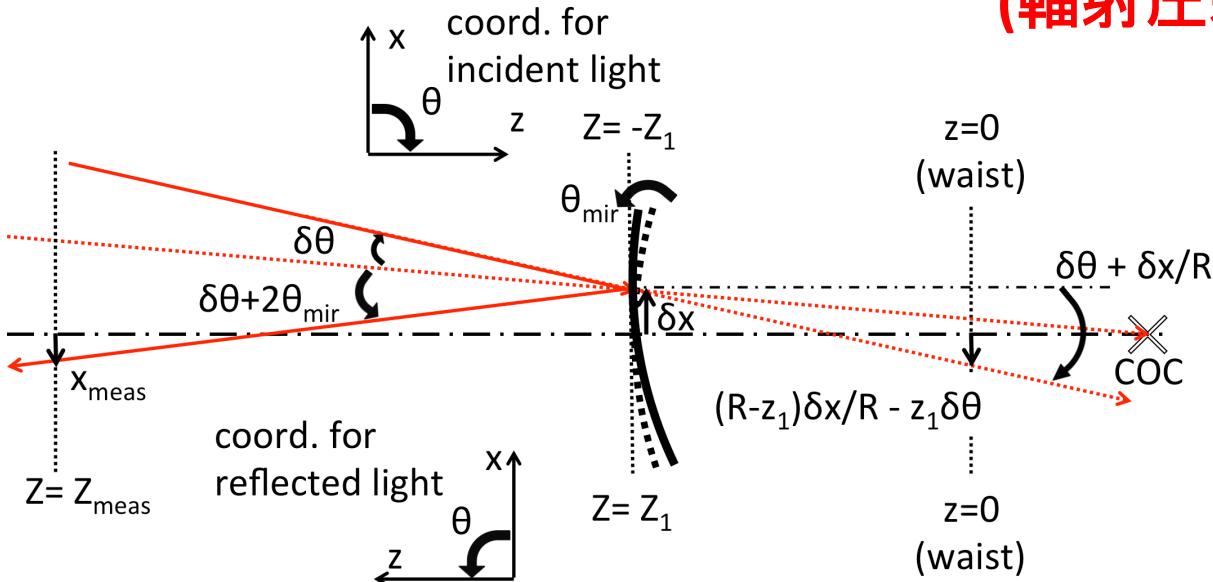
00モードのキャリア と 10/01モードの量子揺らぎ の干渉  
=> **ビームジッターの量子揺らぎ**

# 目次

0. 概要
1. 量子雑音とは
2. ビームジッターと空間モード
3. 鏡の回転運動測定の量子雑音
4. まとめ・議論

### 3. 鏡の回転運動測定の量子雑音

- 鏡に00モードのレーザーを垂直入射し反射光をQPDで受けることで、鏡の回転運動を測定することを考える。<- optical lever
- 簡単のため、入射光と鏡は曲率が一致しているとする。
- 量子雑音源: 入射光の角度揺らぎ(ショットノイズに対応)  
鏡でのビーム位置揺らぎによるトルク揺らぎ  
(輻射圧雑音に対応)



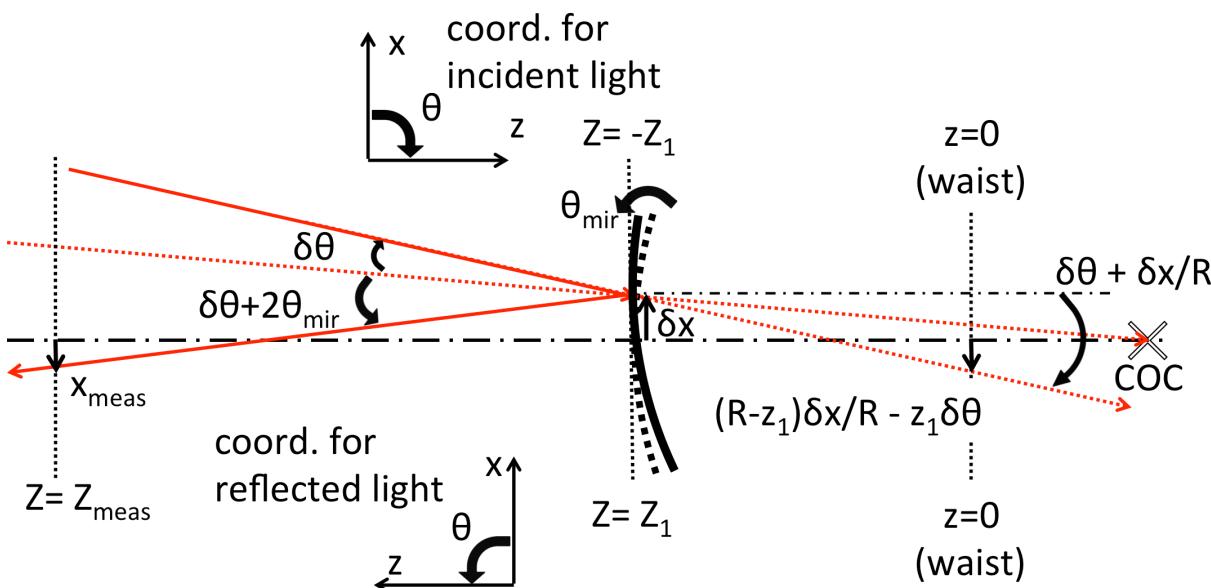
## 3. 鏡の回転運動測定の量子雑音

# 量子雑音の表式

- $Z=Z_1$ で反射した光を $Z=Z_{\text{meas}}$ に置いたQPDで測定する。
- 測定したい角度に規格化したノイズスペクトル:

$$S_{\theta,\psi}(\Omega) = \frac{\theta_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_1} [(-\kappa_1 + \cot \psi)^2 + 1]$$

**普通の量子雑音** ( $S_\zeta(\Omega) = \frac{x_{\text{SQL}}^2}{2\kappa} [(-\kappa + \cot \zeta)^2 + 1]$ )  
と全く同じ表式!! -> 対応関係が成立



$$\kappa_1 = \frac{4I_0 w(Z_1)}{Ic\Omega^2 \alpha(Z_1)}$$

$$\theta_{\text{SQL}} = \sqrt{\frac{2\hbar}{\Omega^2}}$$

$$\psi = \zeta(Z_{\text{meas}}) - \zeta(Z_1)$$

=> 鏡から測定地点までの間に得るGouy phase

## 3. 鏡の回転運動測定の量子雑音

# 10/01モードのスカイージング

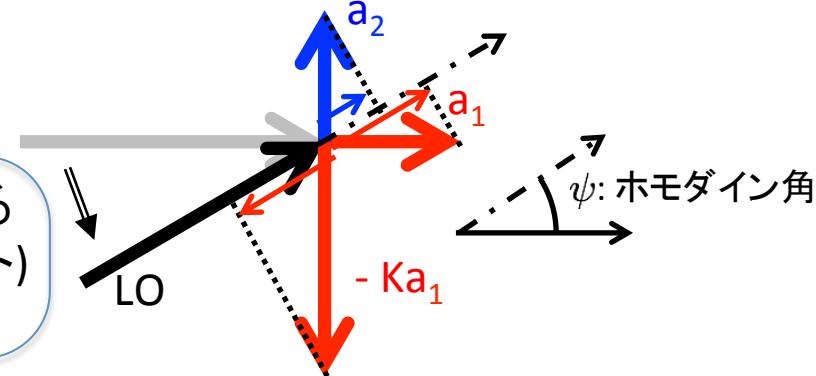
- 対応関係からもわかるように、鏡との相互作用で10モードの量子揺らぎがポンデロモーティブスカイージングを受ける。
- したがって、ポンデロモーティブスカイージングを利用したSQLの突破を考えることができる。

$$S_{\theta,\psi}(\Omega) = \frac{\theta_{\text{SQL}}^2}{2\kappa_1} [(-\kappa_1 + \cot \psi)^2 + 1]$$

- ホモダイン角に対応するのは  $\psi = \zeta(Z_{\text{meas}}) - \zeta(Z_1)$
- > 鏡に反射した地点から測定を行う地点までの

## Gouy位相シフト

自由伝播の間に変化する  
相対位相(Gouy位相シフト)  
= ホモダイン角



## 3. 鏡の回転運動測定の量子雑音

# 対応関係

|          | 同位相                  | 90°ずれ            | ponderomotive squeezing の流れ |                |                                |
|----------|----------------------|------------------|-----------------------------|----------------|--------------------------------|
| モード      | amplitude quadrature | phase quadrature |                             |                |                                |
| TEM00    | 振幅の揺らぎ               | 位相の揺らぎ           | 振幅ゆらぎ<br>-->輻射圧のゆらぎ         | 輻射圧ゆらぎによる位置ゆらぎ | 位置ゆらぎ-->反射光の位相ゆらぎ (=RP noise)  |
| TEM10/01 | ビーム位置の揺らぎ            | 角度の揺らぎ           | ビーム位置搖ぎ-->輻射圧トルクゆらぎ         | トルクゆらぎによる角度ゆらぎ | 角度ゆらぎ-->反射光の角度ゆらぎ ("RP noise") |

| モード      | homodyne detectionによる"RP noise"の打ち消し                        |
|----------|---|
| TEM00    | RP noise は振幅ゆらぎに比例するから、振幅ゆらぎ( $\propto a_1$ )と打ち消せる。        |
| TEM10/01 | "RP noise"はビーム位置ゆらぎに比例するから、ビーム位置ゆらぎ( $\propto a_1$ )と打ち消せる。 |

- TEM00における、homodyne detection によるRP noise の打ち消しのためには、反射光の位相の測定に対して、振幅ゆらぎを適切に混入させればよい
- TEM10/01における、homodyne detectionによる"RP noise"の打ち消しのためには、反射光のビーム角度の測定に対して、ビーム位置ゆらぎを適切に混入させればよい。
- => ビーム角度の測定に対してビーム位置を混入させることは、鏡から十分な距離を取らずにQPDで測定することに対応する。

# 目次

- 0. 概要
- 1. 量子雑音とは
- 2. ビームジッターと空間モード
- 3. 鏡の回転運動測定の量子雑音
- 4. まとめ・議論

## 4. まとめ・議論

- 鏡の回転運動測定の量子雑音は、ジッターの量子揺らぎによってもたらされる。<- **10/01モード**の量子揺らぎ
- 回転の量子雑音の表式は、“普通”の量子雑音の表式と全く同様のものになる。
- 10/01モードはポンデロモーティブスクイージングを受ける。  
=> **高次モードのスクイージング**の意味とは？
- Gouy位相シフトがホモダイン角に対応する。  
=> QPDやレンズの置く位置を変えるだけでホモダイン角が調整可能である(MZ干渉計等が不要)。-> 何か応用できないか？
- 回転運動測定のSQLや反作用の測定可能な実験はないか？  
=> 共振器の利用の難しさ。