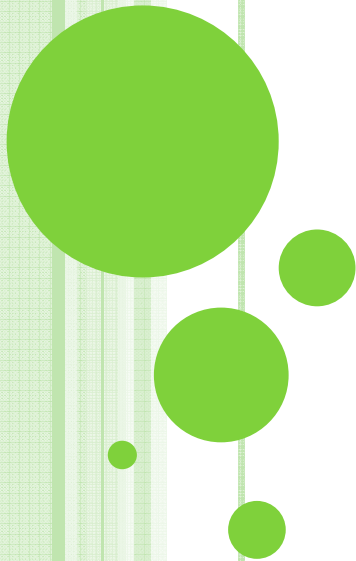


天文学的な重力波源

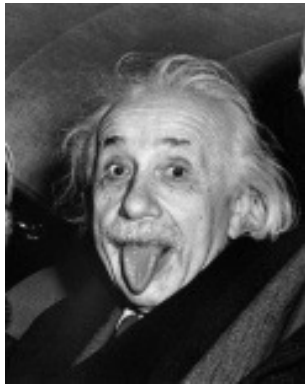
2009年11月24日
DPF サイエンス検討会

八木 絢外
(京大 理学研究科)



§ 一般相対論

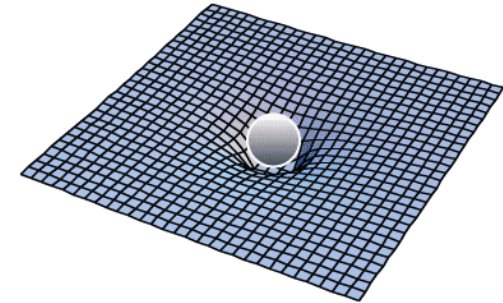
- ・ **一般相対性理論**・・・1915年にEinsteinが提唱した**重力理論**。
重力を**時空の歪み**として記述。



Einstein方程式

$$\underline{G_{\mu\nu}} = \frac{8\pi G}{c^4} \underline{T_{\mu\nu}}$$

時空の曲率 **物質のエネルギー**



- ・物質が周りの時空を歪める。
- ・時空の歪みが物質の運動を決定。

- ・Newton力学では、重力は瞬時に伝わる。
一般相対論は因果律を満たす。
⇒重力は光速で伝わる(重力波)。

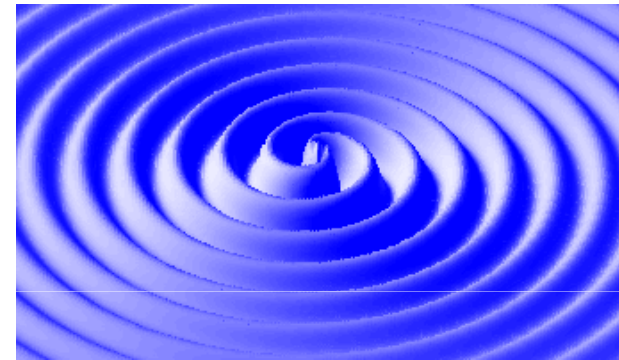
$$\underline{\square h_{\mu\nu}} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

時空のゆらぎ

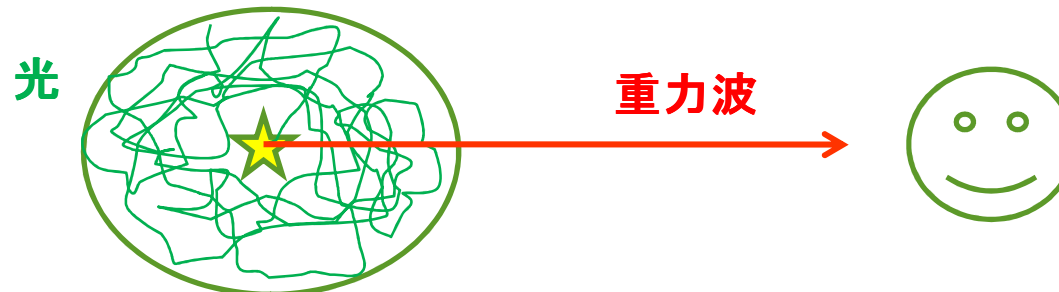
§ 重力波

- ・重力波とは？・・・光速で伝播する「**時空のさざ波**」。
Newton理論では現れず、
一般相対論で初めて現れる。

- ・特徴・・・(i) 最低次は四重極モードの横波
(電磁波の最低次は双極モード)



- (ii) **透過力が極めて強い**。
⇒初期宇宙や高密度領域の
情報をそのまま我々に伝えてくれる。



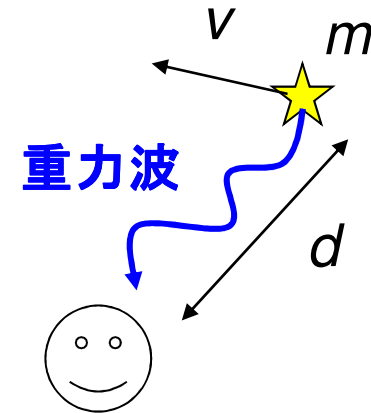
検出は大変だが、検出できれば重力波が
発生した付近の**時空構造**や**当時の物理**を解明できる！

§ 重力波の振幅と周波数

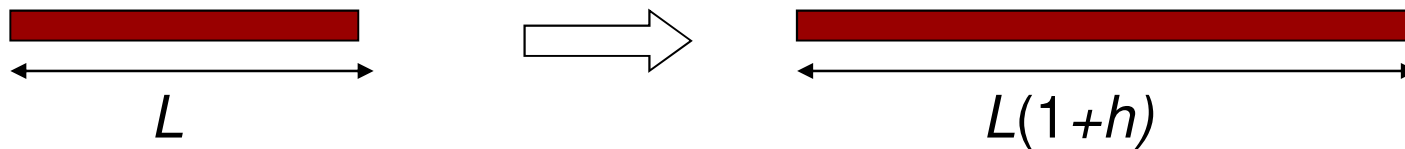
・振幅:
$$h = \frac{2G}{c^4} \frac{\ddot{I}_{ij}}{d} \sim \frac{2G}{c^4} \frac{mv^2}{d}$$

I_{ij} : 四重極モーメント

- ・重くて速いsource程、重力波の振幅が大きい
- ⇒ ブラックホール(BH)連星が有力な候補!



$$h \sim 10^{-14} \left(\frac{m}{10^4 M_{\text{SUN}}} \right) \left(\frac{v}{0.4c} \right)^2 \left(\frac{10 \text{ kpc}}{d} \right)$$



- ・DPFの腕の長さは30cm $\Rightarrow 30\text{cm} \times 10^{-14} = \underline{3 \times 10^{-13}\text{cm}}$

原子核サイズ!

- ・周波数(合体時): $f \sim 0.4\text{Hz} \left(\frac{10^4 M_{\text{SUN}}}{m} \right)$

DPFのターゲットは **中間質量ブラックホール(IMBH)連星** ← 球状星団に存在!?

§ Black Holes

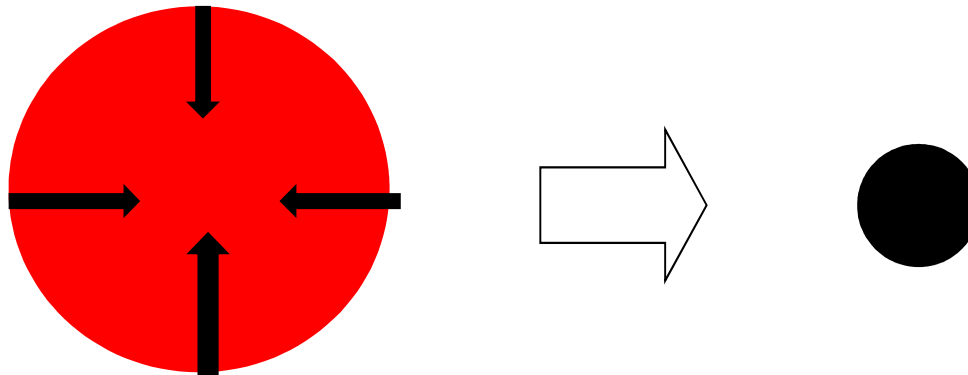
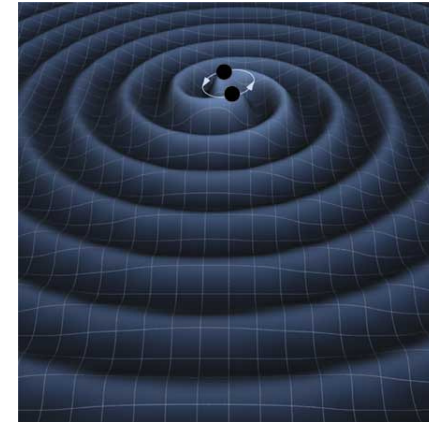
・超巨大質量星の最終状態。

自身の重さを支えきれず、重力崩壊。

物質は中心の1点につぶれる。

Schwarzschild半径内では、光すらも脱出できない。

(脱出速度が光速を超える。)



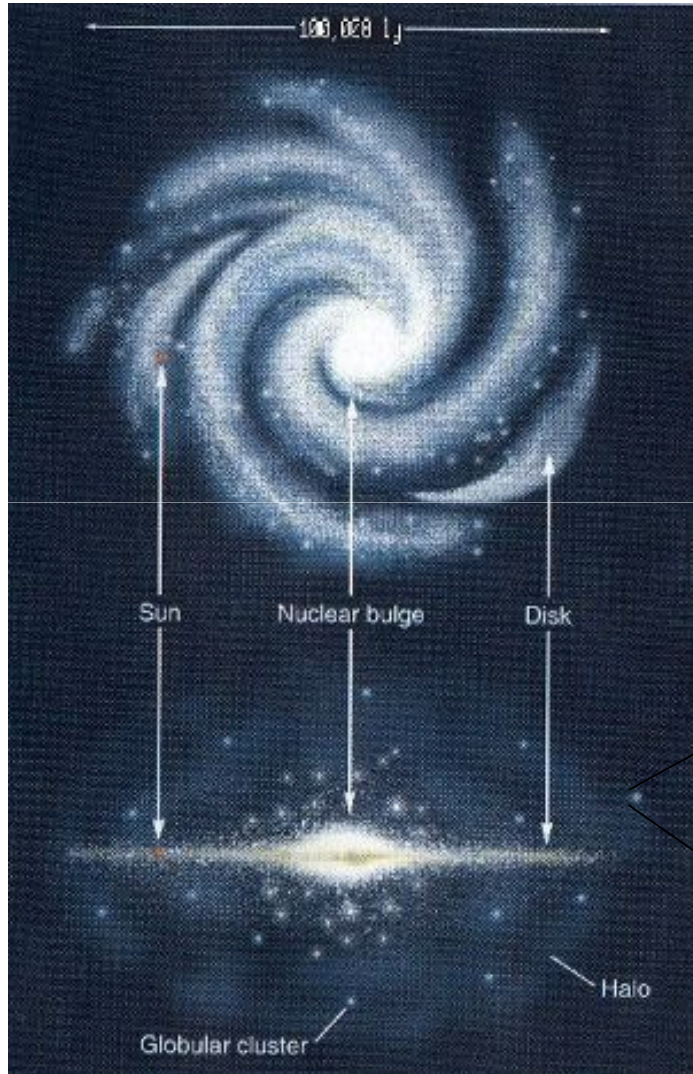
・大質量、高密度の天体

・IMBHは存在するの？

⇒球状星団中心に存在する可能性あり!

§ 銀河と球状星団

天の川銀河



<http://v4epon.ld.infoseek.co.jp/NASADIC/taiyokei-milkyway-map.jpg>

- ・我々から銀河中心までの距離: 8.5kpc
pc=3.26光年 だいたい恒星間距離を表す。

球状星団



http://www.astronomy.orino.net/site/kataru/nebula_star_cluster/messier/pict/M080.jpg

- ・数十万個の恒星が互いの重力により球形に集まった天体。

- ・天の川銀河では150個ほど見ついている。

- ・中心付近にIMBHが存在している可能性あり。

§ 球状星団中心のIMBH

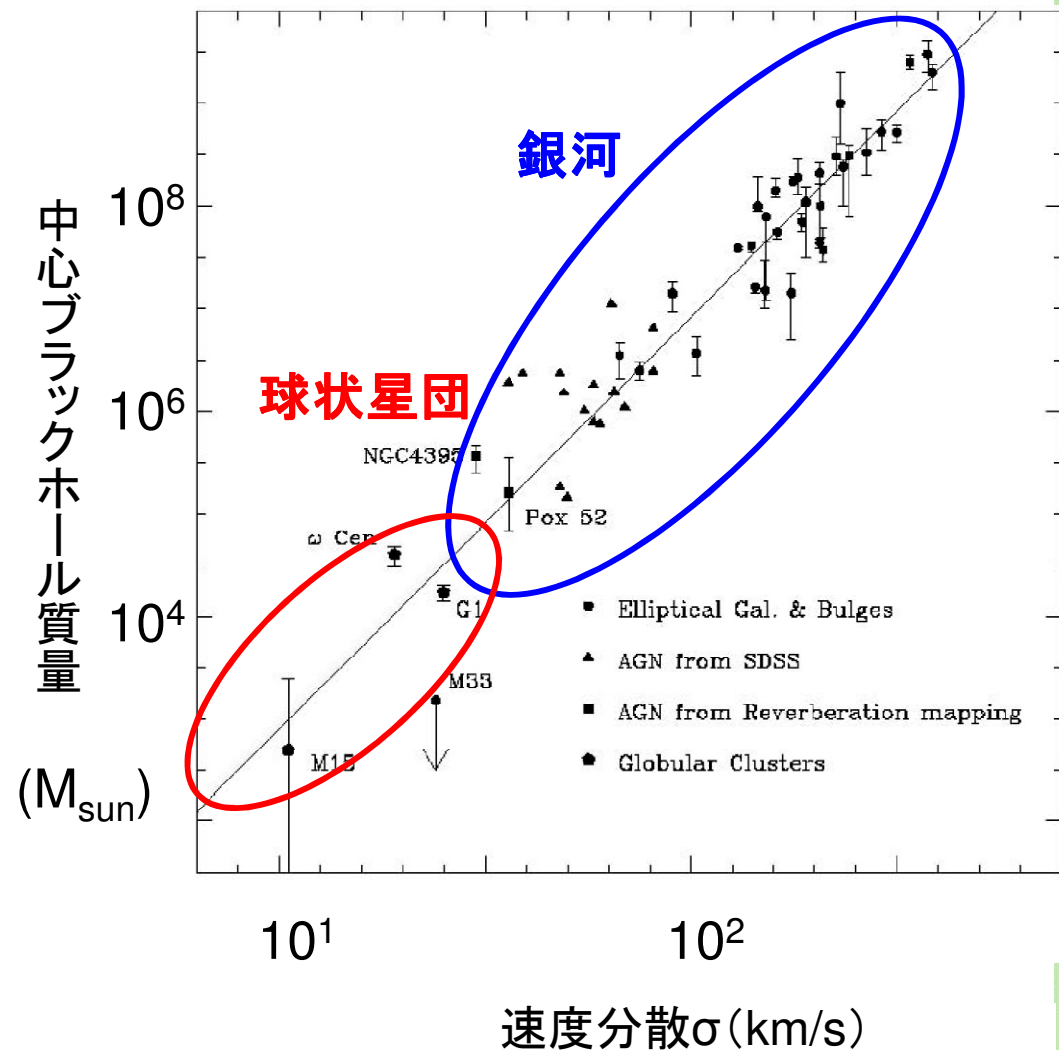
・銀河中心の巨大BHの

質量 M_{BH} と、周りの天体の
速度分散 σ との関係

(経験則):

$$M_{\text{BH}} \propto \sigma^4$$

・これをIMBHへ外挿すると、球状星団内の速度分散から中心天体の質量が推定できる。



§ IMBH連星

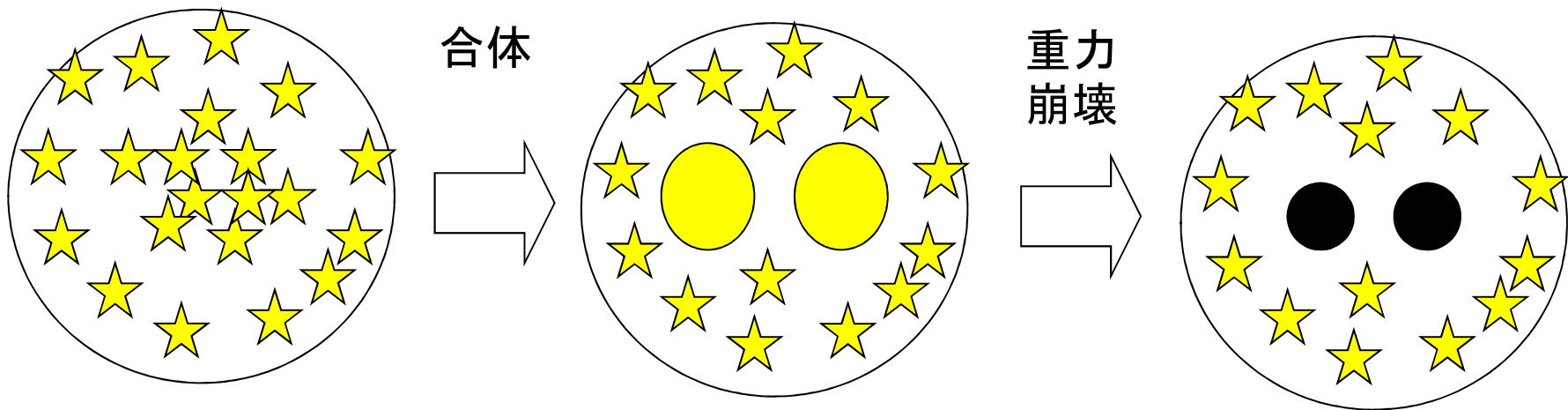
・ (Gurkan et al. 2006)

初期の連星率(星団の恒星のうち連星である割合)が大きい

⇒合体を繰り返す過程をN体シミュレーション

⇒超大質量星($M > 1000M_{\text{SUN}}$)が2つできる。

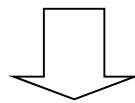
⇒重力崩壊でIMBH連星



初期の連星率の大きさが気になる。

・ (Ivanova et al. 2005)

初期の連星率が100%近くないと、現在の連星率を説明できない。



球状星団内にIMBH連星が存在する可能性あり!

§ 連星の3つのphase

・inspiral

連星の公転時期。

波形は解析的にわかっている。

・merger

衝突時期。

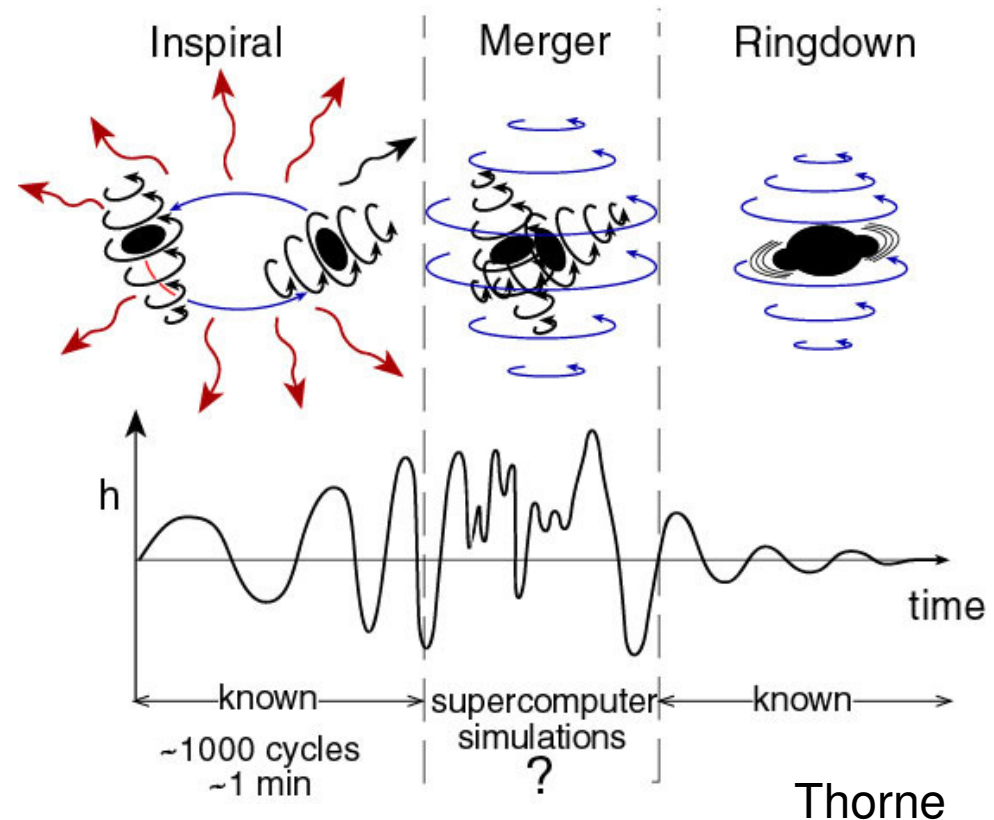
数値的アプローチの発展により、

最近波形がわかるようになってきた。

・ringdown

合体後の減衰振動。

解析的にわかっている。



・inspiral+merger+ringdown

解析的結果と数値的結果をつなぎ合わせたhybrid波形をfit

⇒ inspiral, merger, ringdownを統一的に扱える波形 (Ajith et al. 2008, 2009)

§ DPFでどこまで「見える」か?

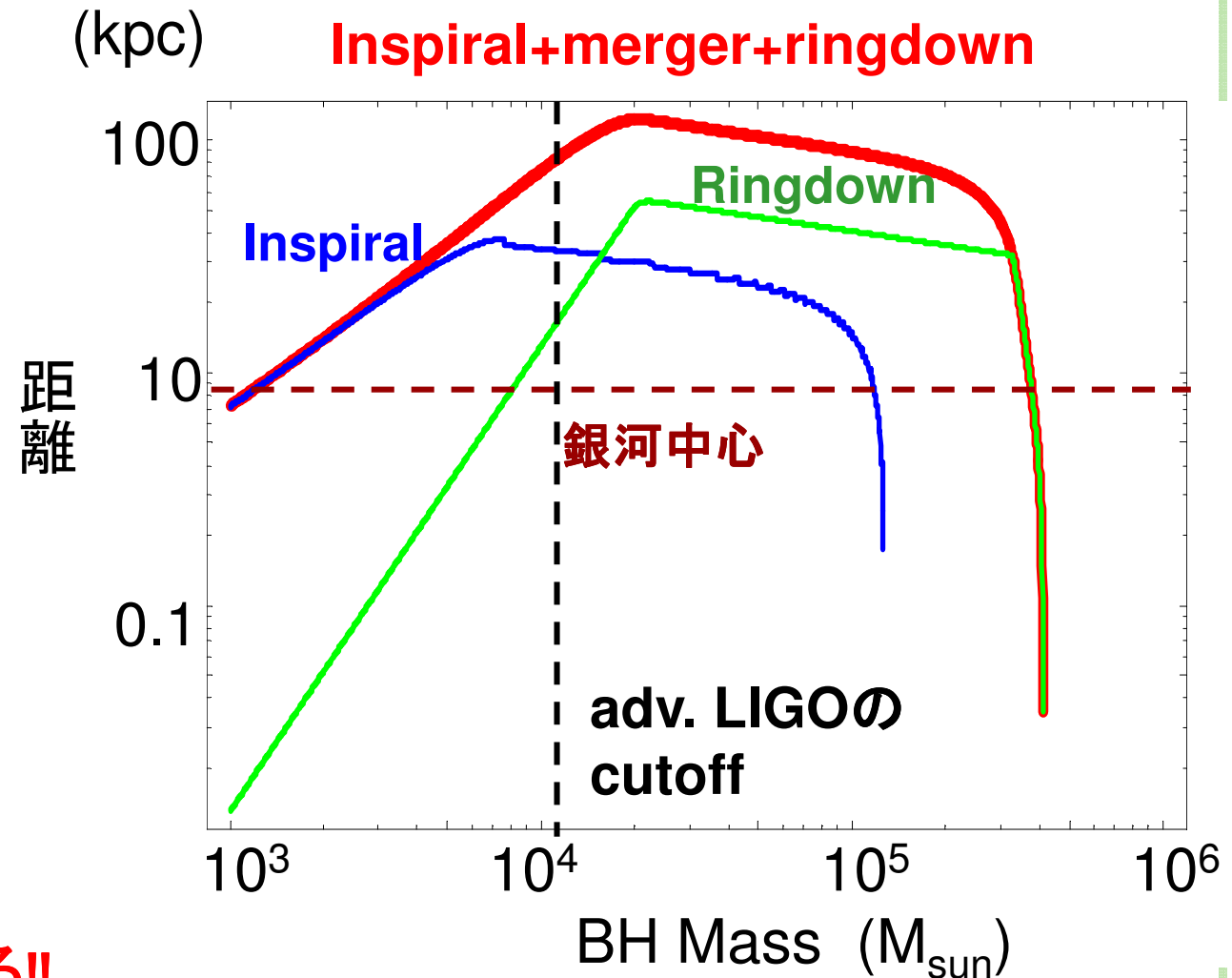
・等質量連星

自転=0.5

S/N=5

・銀河中心は質量
によっては余裕で
見える。

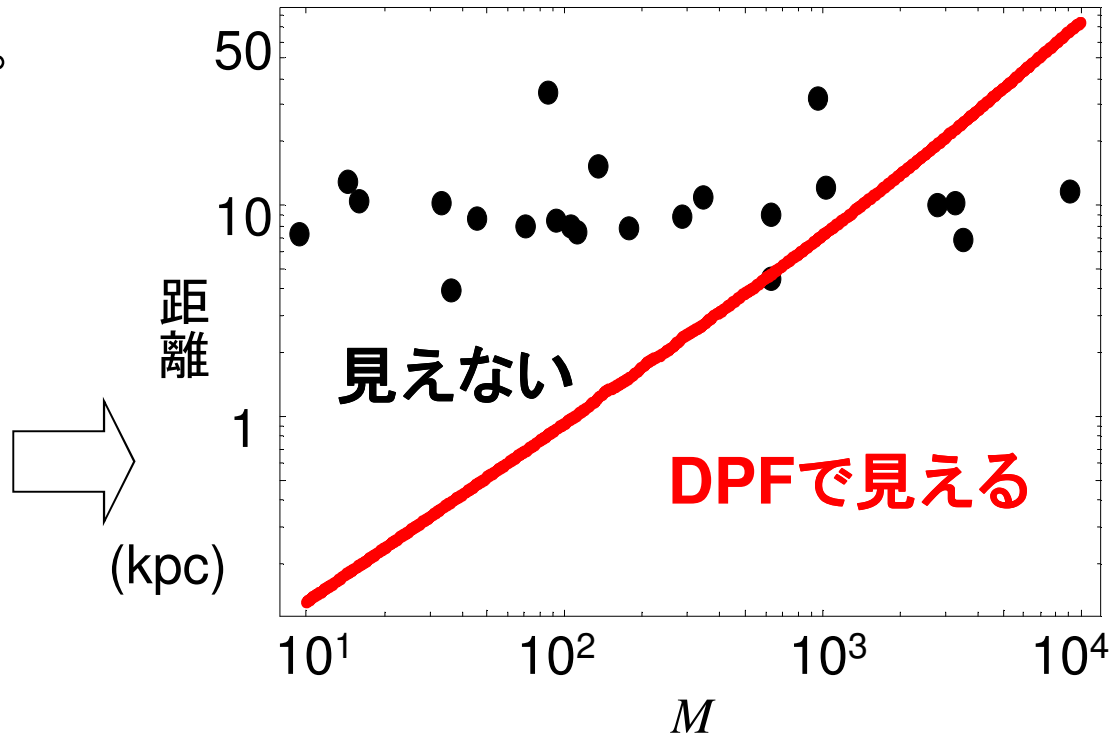
・100kpcまで見える!!



§ Event Rate

- ・DPFのターゲットは、我々の銀河系内にある球状星団中心のIMBH連星。
- ・Dubath et al. (1997)に載っている23個の球状星団の速度分散から中心天体の質量を推定。

NGC No.	速度分散 (km/s)	BH質量 (Msun)	距離 (kpc)
104	10.0	625.0	4.5
362	6.2	92.4	8.5
1851	11.3	1019.1	12.1
1904	3.9	14.5	12.9
5272	4.8	33.2	10.4
5286	8.6	341.9	11.0
5694	6.1	86.5	34.7
5824	11.1	948.8	32.0
5904	6.5	111.6	7.5
5946	4.0	16.0	10.6
6093	14.5	2762.8	10.0
6266	15.4	3515.3	6.9
6284	6.8	133.6	15.3
6293	8.2	282.6	8.8
6325	6.4	104.9	8.0
6342	5.2	45.7	8.6
6441	19.5	9036.9	11.7
6522	7.3	177.5	7.8
6558	3.5	9.4	7.4
6681	10.0	625.0	9.0
6752	4.9	36.0	4.0
7078	15.1	3249.3	10.3
7099	5.8	70.7	8.0



・23個のうち5個が見える。

$$\Rightarrow \text{rate} \sim 5 \times (150/23) / 10^{10} \text{yr}$$

$$\sim 3.3 \times 10^{-9} \text{ 個/yr}$$

§ サイエンス

①連星パラメータの決定精度

・DPFで (自転パラメータ: $\chi = S/m^2$)

距離: 10kpc

S: 自転角運動量)

自転: $\chi_1 = \chi_2 = 0.5$

$\Delta M/M$

からの重力波を検出できた場合を想定。

・質量を変えて、

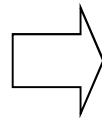
連星パラメータ決定誤差を評価。

・結果 (質量: $(10^4 + 10^4)M_{SUN}$)

S/N=36

$\Delta M_{total}/M_{total} < 1.1 \times 10^{-2}$

$\Delta \chi < 2.2 \times 10^{-2}$



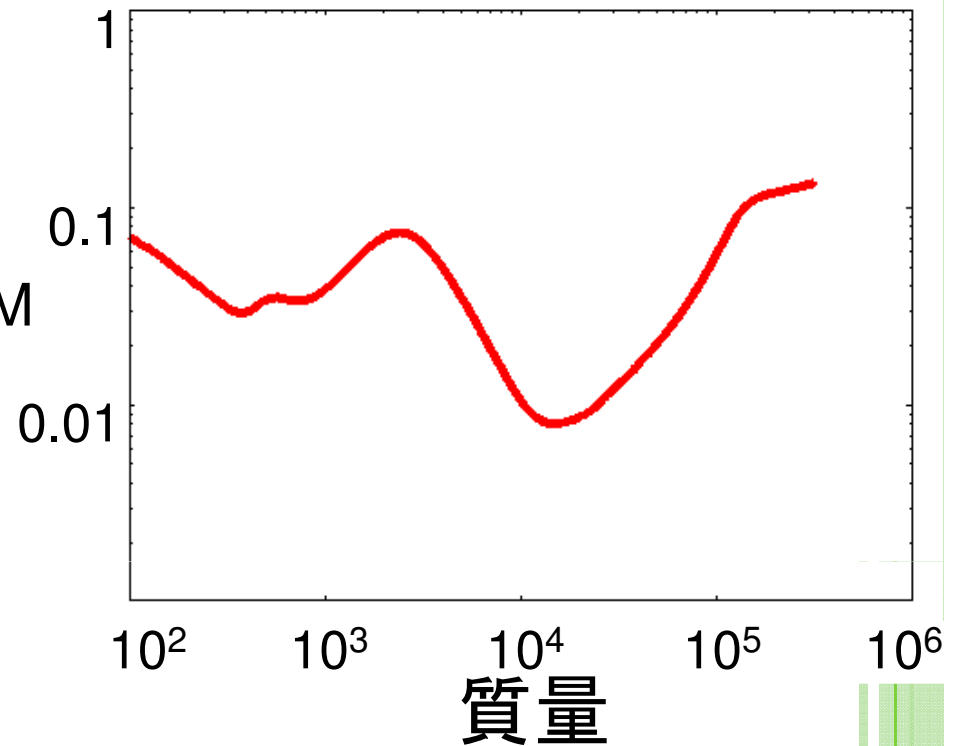
%レベルでパラメータを決定できる！

超巨大質量BH形成シナリオへの示唆？

IMBH+IMBHの合体

or

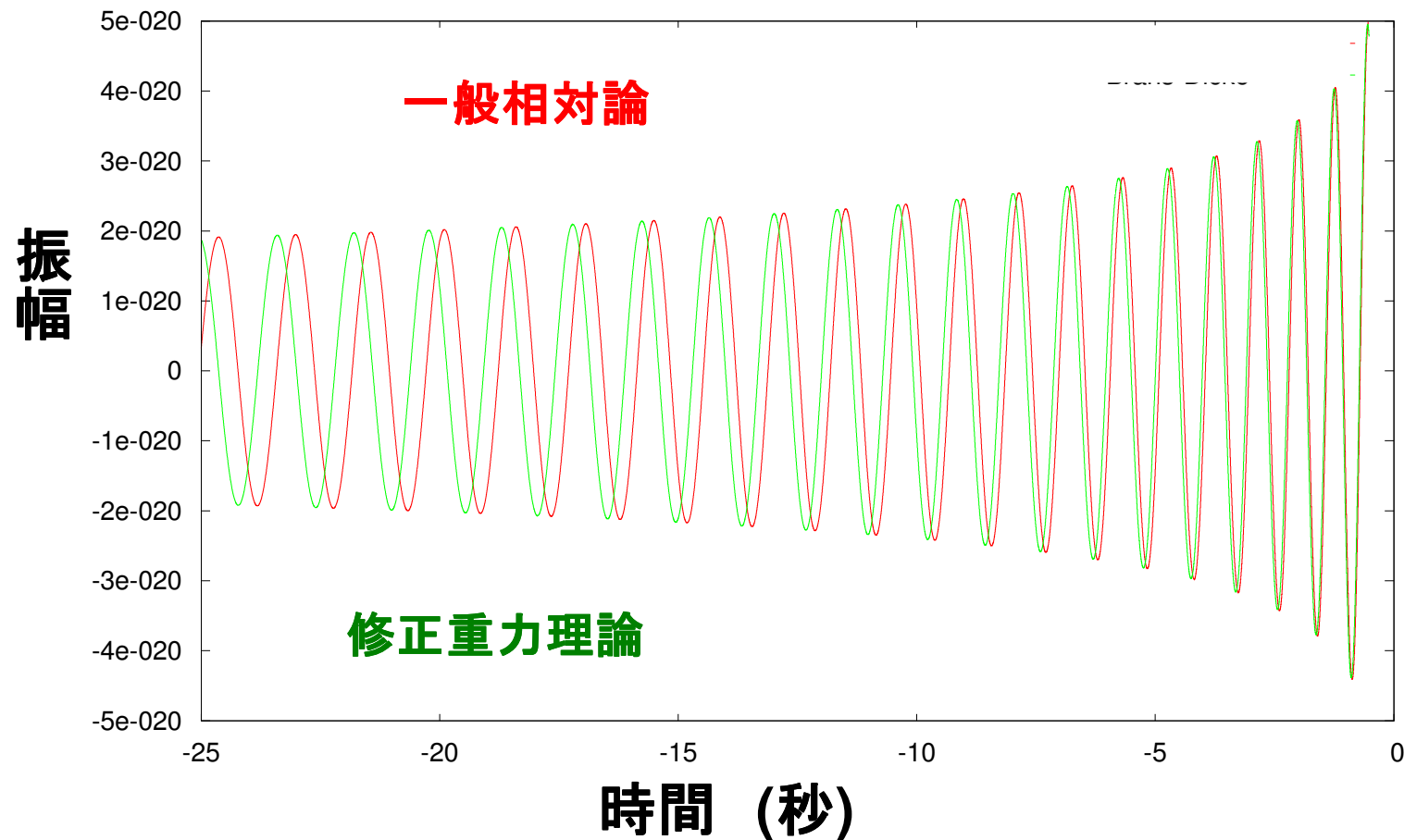
巨大分子雲の崩壊



§ 修正重力理論への制限

- ・現在宇宙は加速膨張⇒未知の反重力的な物質が必要。
 - ⇒ 一般相対論を修正するというアイデアもある。
- ・修正重力理論では、一般に重力波形の位相が一般相対論からずれる!!

連星からの重力波形



② DPFによるgraviton質量への制限 (一般相対論のテスト)

・Gravitonが**有限の質量**を持つと、
重力波の伝播速度が光速からずれる。

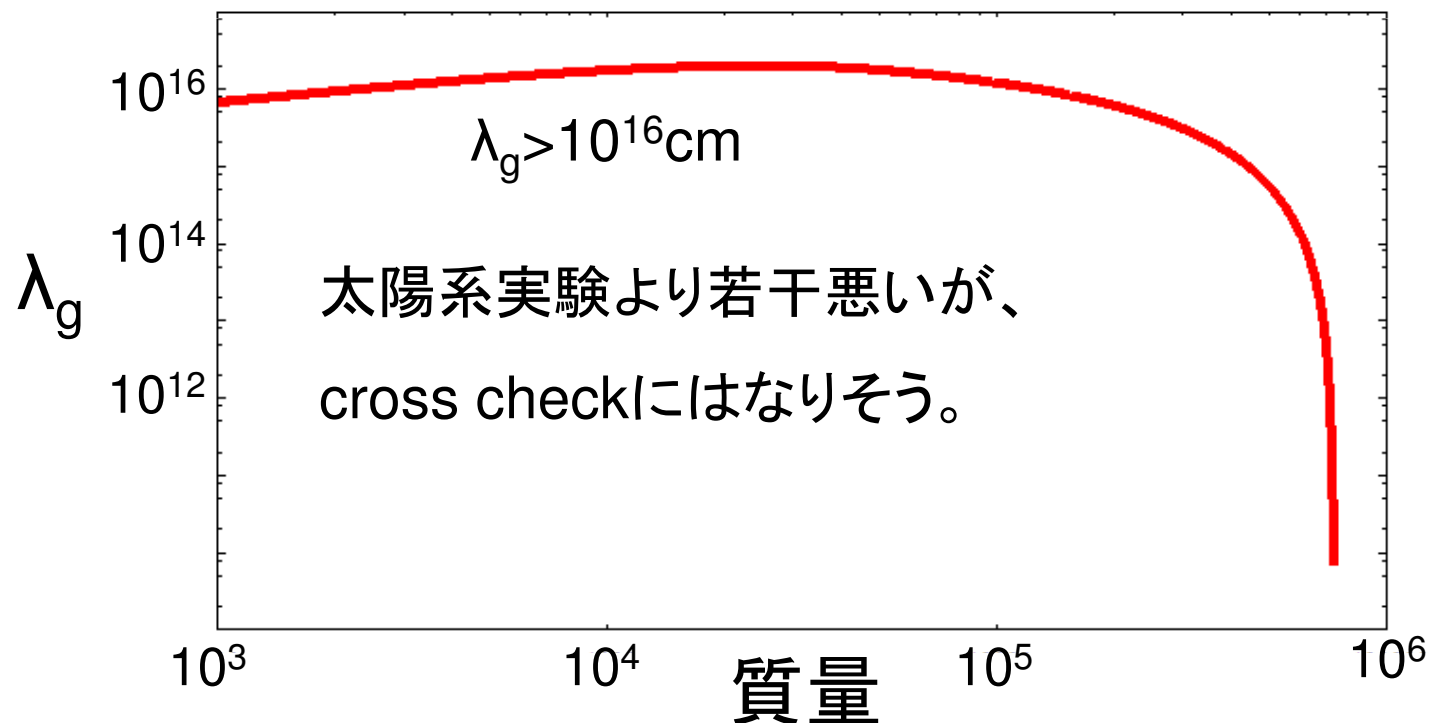
$$v_g \approx c \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{c}{f_{\text{gw}} \lambda_g} \right)^2 \right]$$

Graviton Compton長: $\lambda_g = \frac{h}{m_g c}$

光速からのずれ

太陽系実験からの制限: $\lambda_g > 2.8 \times 10^{17} \text{ cm}$

DPFでの制限



§ まとめ

- ・DPFのメインターゲットは、球状星団にある**IMBH連星**。
- ・質量によっては**100kpcまで**見ることが可能。
- ・event rateは小さいが、もし見えれば
%レベルで連星パラメータを決定できる。
⇒**SMBH形成**への示唆？
- ・**graviton質量への制限**は、
太陽系実験よりも1桁悪いがcross checkにはなりそう。
- ・もしDPFで重力波がかかれば、十分なサイエンスが期待できる!

§ Appendix

Inspiral+Merger+Ringdown波形の表式

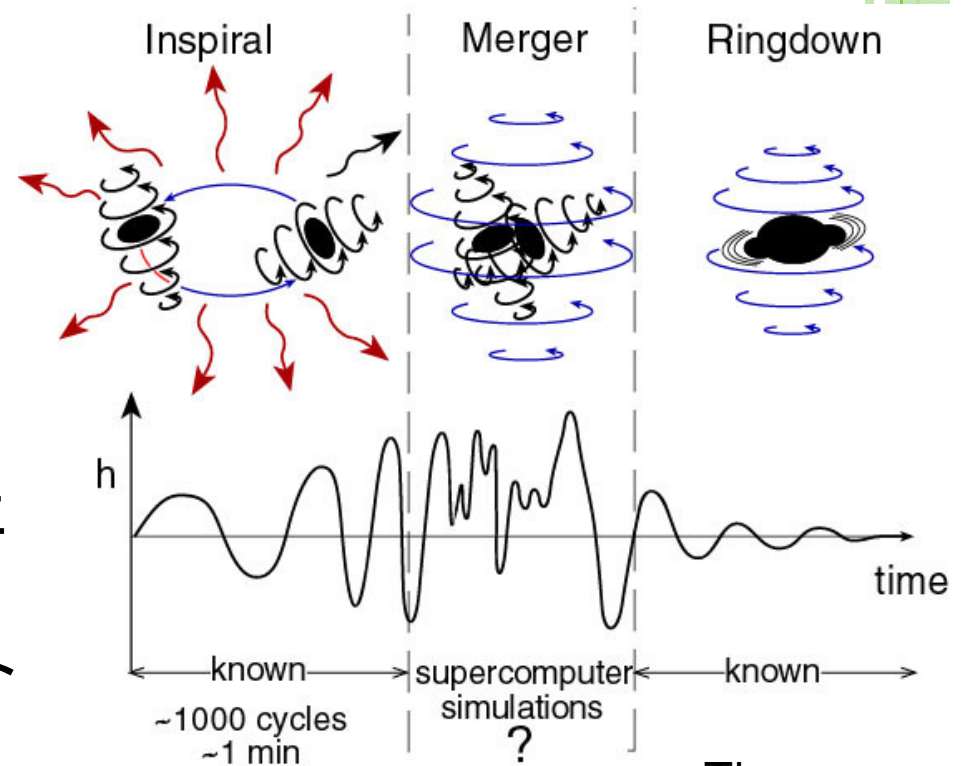
Ajith et al. (2008)

- GW検出へ向けて・・・
できるだけ正確なTemplate
が必要。

- BH連星の場合
inspiral とringdown
は解析的にわかってる。

mergerはNRで計算できるよう
になってきた。

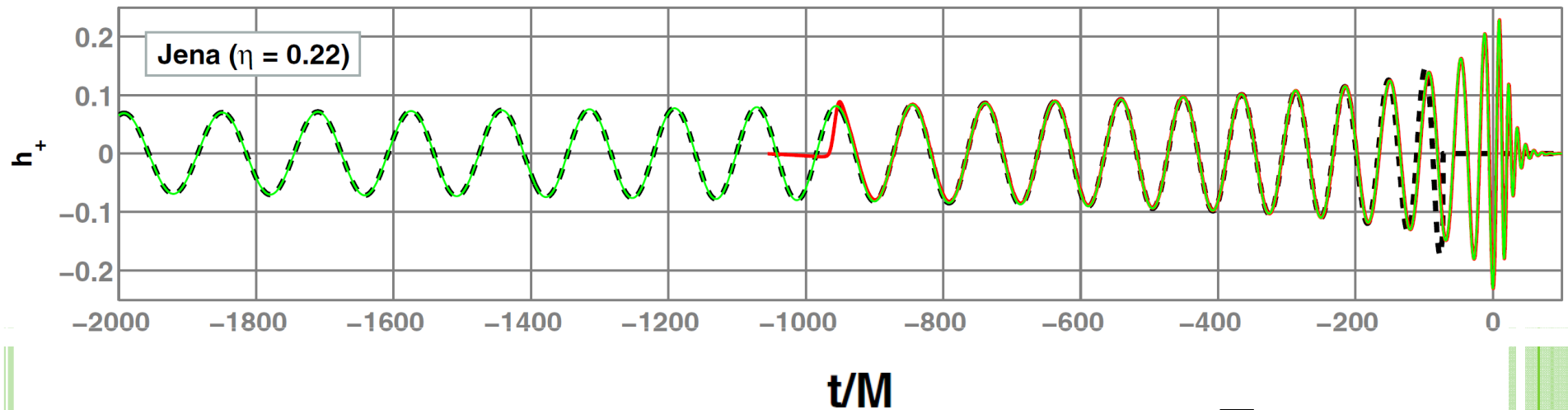
しかし、1つ1つのパラメータセット
での計算に時間がかかる。



Thorne

- 解析的な波形とNRの波形をつないだhybrid波形をfitting
⇒現象論的な波形の表式を導く。

Hybrid 波形



黒・・・PN

赤・・・NR

緑・・・Hybrid

$$\eta \equiv M_1 M_2 / M^2$$
$$M \equiv M_1 + M_2$$

波形の表式(自転あり)

Ajith et al. (2009)

・振幅

$$A(f) \equiv C f_1^{-7/6} \begin{cases} f'^{-7/6} (1 + \sum_{i=2}^3 \alpha_i v^i) & \text{if } f < f_1 \\ w_m f'^{-2/3} (1 + \sum_{i=1}^2 \epsilon_i v^i) & \text{if } f_1 \leq f < f_2 \\ w_r \mathcal{L}(f, f_2, \sigma) & \text{if } f_2 \leq f < f_3, \end{cases}$$

$$f' \equiv f/f_1, \quad v \equiv (\pi M f)^{1/3}$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -\frac{323}{224} + \frac{451}{168}\eta & \epsilon_1 &= 1.4547\underline{\chi} - 1.8897 \\ \alpha_3 &= \left(\frac{27}{8} - \frac{11}{6}\eta\right)\underline{\chi} & \epsilon_2 &= -1.8153\underline{\chi} + 1.6557 \end{aligned}$$

$$\text{スピン: } \underline{\chi} \equiv (1 + \delta)\chi_1/2 + (1 - \delta)\chi_2/2$$

$$\chi_i \equiv S_i/m_i^2 \quad \delta \equiv (m_1 - m_2)/M$$

・位相

$$\Psi(f) \equiv 2\pi f t_0 + \varphi_0 + \frac{3}{128\eta v^5} \left(1 + \sum_{k=2}^7 v^k \psi_k\right)$$

波形のパラメータ

$$\psi_k = C_k^{(\psi)} + (x_k^{(10)} + x_k^{(11)}\chi + x_k^{(12)}\chi^2)\eta + (x_k^{(20)} + x_k^{(21)}\chi)\eta^2 + x_k^{(30)}\eta^3$$

$$\alpha_k = C_k^{(\alpha)} + \frac{1}{\pi M} \{ (y_k^{(10)} + y_k^{(11)}\chi + y_k^{(12)}\chi^2)\eta + (y_k^{(20)} + y_k^{(21)}\chi)\eta^2 + y_k^{(30)}\eta^3 \}$$

・定数項 C_k

$C_k^{(\psi)} \cdots \eta \rightarrow 0$ の PN inspiral 波形に一致するように。

$C_k^{(\alpha)} \cdots \eta \rightarrow 0$ の値に一致するように。

	Test-mass limit (ψ_k^0)	$x^{(10)}$	$x^{(11)}$	$x^{(12)}$	$x^{(20)}$	$x^{(21)}$	$x^{(30)}$
ψ_2	3715/756	-920.9	492.1	135	6742	-1053	-1.34×10^4
ψ_3	$-16\pi + 113\chi/3$	1.702×10^4	-9566	-2182	-1.214×10^5	2.075×10^4	2.386×10^5
ψ_4	$15293365/508032 - 405\chi^2/8$	-1.254×10^5	7.507×10^4	1.338×10^4	8.735×10^5	-1.657×10^5	-1.694×10^6
ψ_6	0	-8.898×10^5	6.31×10^5	5.068×10^4	5.981×10^6	-1.415×10^6	-1.128×10^7
ψ_7	0	8.696×10^5	-6.71×10^5	-3.008×10^4	-5.838×10^6	1.514×10^6	1.089×10^7
	Test-mass limit (μ_k^0)	$y^{(10)}$	$y^{(11)}$	$y^{(12)}$	$y^{(20)}$	$y^{(21)}$	$y^{(30)}$
f_1	$1 - 4.455(1 - \chi)^{0.217} + 3.521(1 - \chi)^{0.26}$	0.6437	0.827	-0.2706	-0.05822	-3.935	-7.092
f_2	$[1 - 0.63(1 - \chi)^{0.3}]/2$	0.1469	-0.1228	-0.02609	-0.0249	0.1701	2.325
σ	$[1 - 0.63(1 - \chi)^{0.3}](1 - \chi)^{0.45}/4$	-0.4098	-0.03523	0.1008	1.829	-0.02017	-2.87
f_3	$0.3236 + 0.04894\chi + 0.01346\chi^2$	-0.1331	-0.08172	0.1451	-0.2714	0.1279	4.922

§ Appendix: IMBH形成シナリオ

(I) 大質量第一世代星(Pop III)の重力崩壊

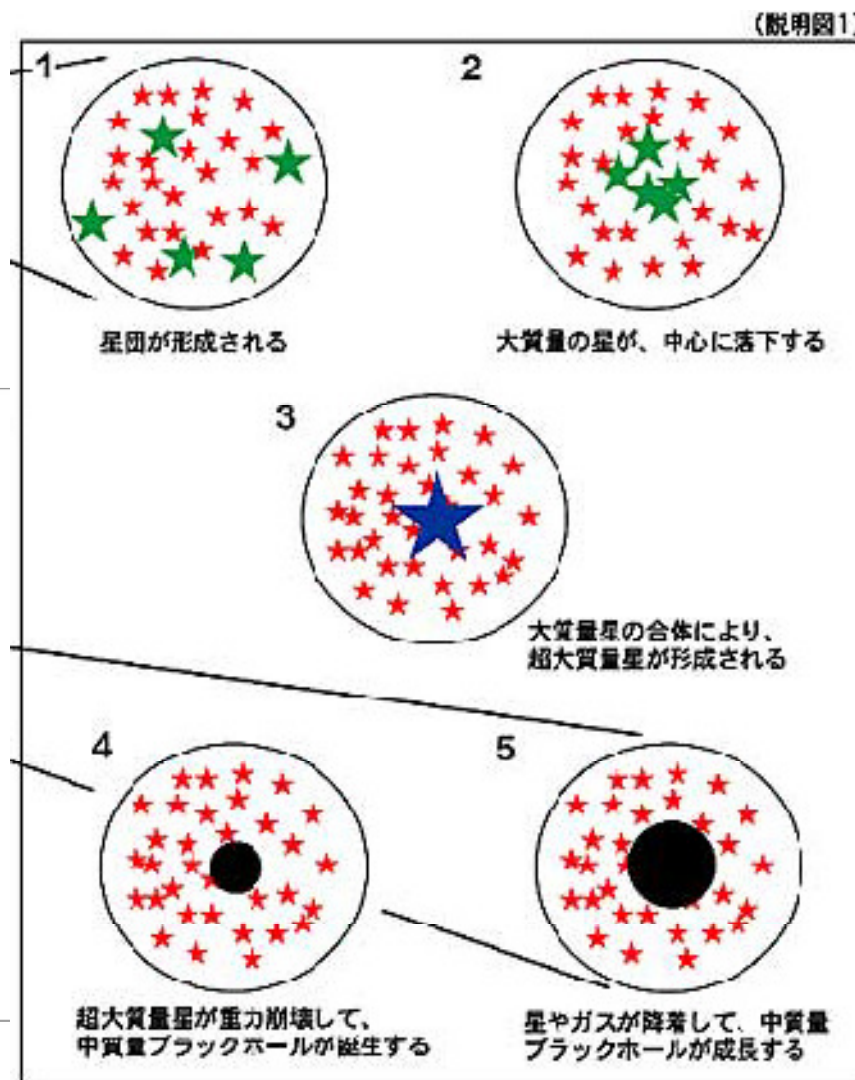
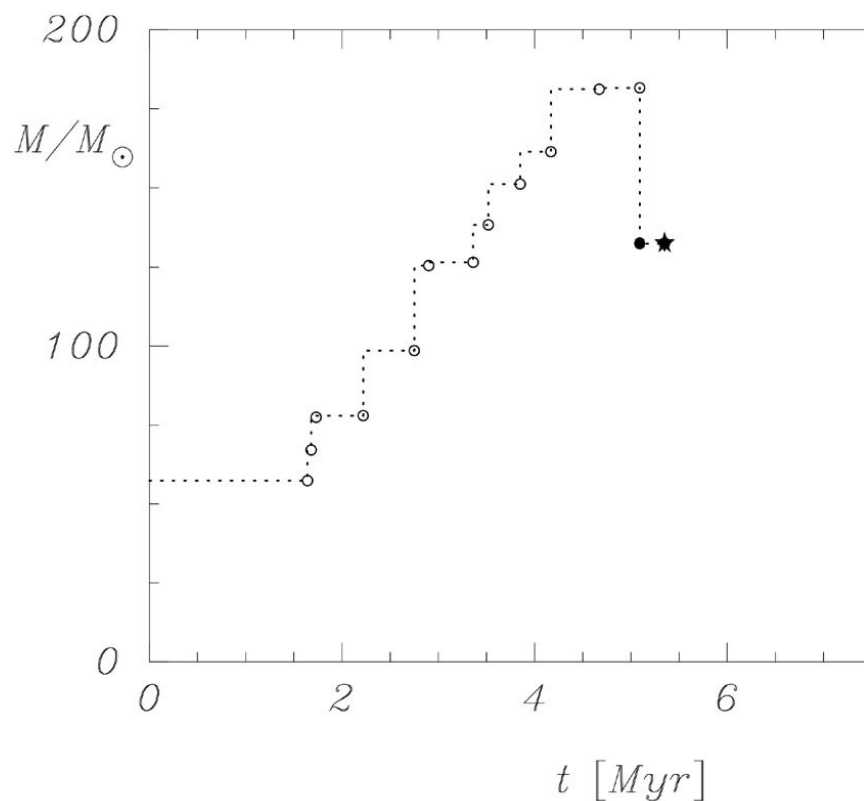
- ・Pop IIIは金属量0 ⇒ mass loss少ない
⇒ 重力崩壊後のBH質量大きい

(II) 恒星質量BHの合体

- ・恒星質量BH同士が何回も合体を繰り返すことにより成長
⇒ IMBHへ。

(III) 主系列星のrunaway collision

- ・星団の中心で星の暴走的な成長
- ⇒ 大質量星の形成
- ⇒ 重力崩壊でIMBHへ



(戎崎氏のHPより)

図7: 約1000個の星でできた高密度の星団の重力多体シミュレーションの例。横軸は星団誕生からの時間(100万年単位)、縦軸は星団の中で最も重い星の質量。重いものから中心に落ちて次々と合体(丸と四角)し、最終的には200太陽質量弱の大質量星ができ、速やかに進化して超新星爆発を起こす(星印)

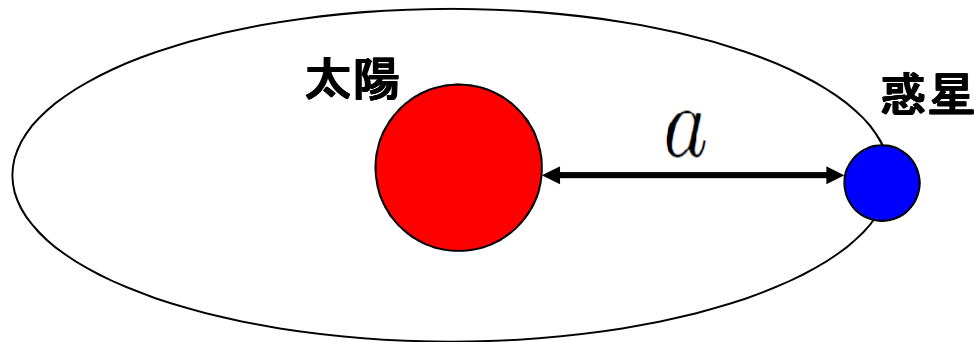
§ Appendix:

ダークエネルギーと修正重力理論

- 観測により、現在宇宙は**加速膨張**していることが分かっている。
しかし、宇宙を加速膨張させている原因 (**Dark Energy**) は全く分かっていない。
- このDark Energyは**宇宙の全エネルギーのうち73%**をも占めている！
- 通常物質は、重力により宇宙を減速、収縮させる方に働く。
⇒ 一般相対性理論の範囲内で説明しようとする、
Dark Energyは**未知の反重力的な物質**であることになる！
- 一つの解決方法は、**一般相対性理論を修正**すること。
「**スカラー・テンソル理論**」であれば、**宇宙の加速膨張を説明できる**！

Appendix: 太陽系内での graviton 質量に対する制限

(Talmadge et al. 1988)



$$\lambda_g > 2.8 \times 10^{17} \text{ cm}$$

$$(m_g < 4.43 \times 10^{-22} \text{ eV})$$

重力ポテンシャル: $V(r) = -\frac{GM_\odot}{r} \exp(-r/\lambda_g)$

重力加速度: $g = -\hat{r} \frac{M_\odot}{r^2} G_{\text{eff}}(r)$ $G_{\text{eff}}(r) \simeq G \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\lambda_g} \right)^2 \right]$

Keplerの第三法則: $a^3 = G_{\text{eff}}(a) M_\odot \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$

各 λ_g の制限を与える連星個数のヒストグラム

連星の個数
(10^4 個で規格化)

・LISA・・・太陽系実験よりも4桁以上強い！

・DECIGO・・・3桁強い

・際差運動の効果が
Brans-Dickeの場合
よりも大きい

