人工衛星 DPF の運動

古在由秀（11/24/09）

軌道要素

二体問題は、中心質量の周りの test particle の運動として取り扱える。

6つの初期条件（各3つの座標・速度成分）を与えると、楕円軌道の6つの要素が決まる。その軌道要素は、軌道長半径(a)、離心率(e)、軌道面傾斜角(i)、元期での平均近点離角(l)の値、近地点引数（ω）、昇交点経度（Ω）である。

楕円運動では、軌道上の角速度は一様でないが、その平均角速度を平均運動(n)として定義する。n と a は、ケプラーの第三法則で $n^2a^3=GM$（G は引力定数、M は中心質量）という関係にある。近地点引数は昇交点・近地点間の角度である。なお、近地点から測った真近点離角は f で表し、$L=f+\omega$ を緯度引数という。

これらの軌道要素は二体問題では定数であるが、他の力による摂動関数 R が加わると、この軌道要素は時間とともに変化する。すなわち、軌道上の各点での、座標と速度成分に対応する軌道要素は異なるのである。座標と速度との関係は二体問題と同じだが、加速度の式はそのままは使えない。

DPF の軌道要素

$a=1.078$x｛地球赤道半径｝(高さ 500km)、$n=5150$ 度/日　$i=98$ 度　$e\sim0.000$

人工衛星の摂動関数

1) 地球の重力ポテンシャルを球関数で展開して表し、GM/r の項を除いたのが、摂動関数になる。このうち、zonal の二次の項の係数 J_2 は 1/1000 の、その他は、non-zonal な項とともに、10 万分の1以下のオーダーである。
2) 太陽と月の摂動力のオーダーは　$m'(n'/n)^2$、m'は太陽では1、月では 0.0122.
   太陽では $n'=0.986$ 度/日　で　$(n'/n)^2=0.37(-7)$、
   月では　$n'=13.2$ 度/日　で　$m'(n'/n)^2=0.80(-7)$。
3) 月・太陽による潮汐で geoid が変化していることの影響。
4) 地球の赤道が動くための効果。
5) 太陽輻射圧。
6) 地球大気抵抗。
7) 一般相対論。

摂動の種類

1) 人工衛星の位置に直接関係して変化する摂動（平均経度が三角関数の引数に入る）、人工衛星の公転周期と同じオーダーの短周期の変化である。
2) 永年摂動、ωやΩには、時間に比例した摂動がある。DPF では、Ω、ωは一日当たりそれぞれ、1度順行、3.2 度逆行する。
3) 地球の zonal な項では、jωを引数とする長周期の摂動がある(120 日/J の周期)。振幅は J_j/J_2　のオーダー.　Non-zonal な項では、地球の自転のための一日の数分の1の周期の長周期項がある。
4) 太陽や月による摂動では、太陽や月の経度を引数とする、半年、一年、半月、一月の周期の長周期項がある。

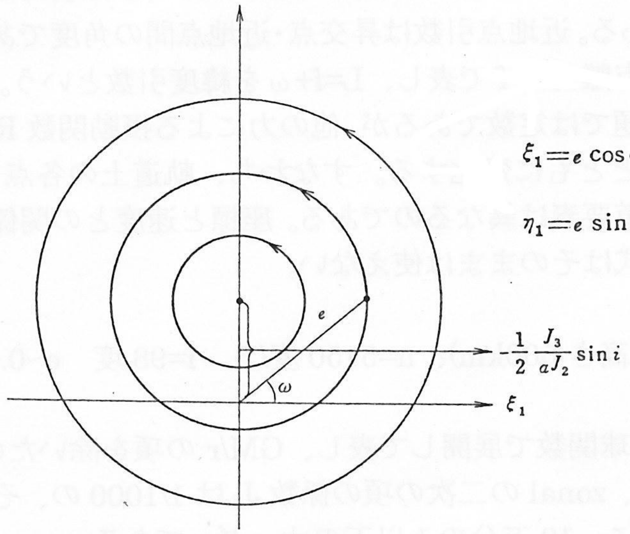
J_2, J_3のために軌道は円にはならない

1) J_2を考慮した、rとLとの式

$$r = r_0 - \frac{1}{2}\frac{J_2}{p}\left\{1 + \frac{1}{e}\left(1-\sqrt{1-e^2}\right)\cos f + 2\frac{r}{a}\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\right\}\left(1-\frac{3}{2}\sin^2 i\right) + \frac{1}{4}\frac{J_2}{p}\sin^2 i\cos 2(f+\omega)$$

$$L = L_0 + \frac{1}{4}\frac{J_2}{p^2}\left[3(4-5\sin^2 i)(f-\ell+e\sin f) - (3-7\sin^2 i)\sin 2(f+\omega)\right\}$$

2) J_3による離心率の変化



$$\xi_1 = e\cos\omega = e_0\cos(\omega_0 + \dot{\omega}t)$$

$$\eta_1 = e\sin\omega = e_0\sin(\omega_0 + \dot{\omega}t) - \frac{1}{2}\frac{J_3}{aJ_2}\sin i$$

地球ポテンシャルの係数を求めるには

偶数次の zonal な項の係数は、近地点引数（離心率が小さいと決め難い）や昇交点の動きから、奇数次の係数は jω を引数とする項の振幅から求めるのが効率的である。しかし、一つの衛星だけからだと、未知数が多すぎる。Non-zonal な項の場合も、同じ事情にある。そこで、短周期の摂動項をすべて使って求める必要がある。しかし、これらの係数間の相関が高く、長期間の観測を必要とする。

現在まで最も精度のよい結果を出しているのは、LAGEOS 衛星であるが、二つとも高度は5,000km で、DPF に適用すると、誤差は大きくなる可能性があり、これらの係数の改良は当然必要になる。潮汐による geoid の変動による摂動も、LAGEOS より大きくなるので、改良が必要。

新しい現象

なにか新しい現象を見つけようとする場合には、上に述べたのと同じような周期を持つものは避けるべきである。周期項ではないが、人工衛星打ち上げ初期には、その運動から相対論効果がよく求められると書かれていたが、そもそも、地球の偶数次の J_j の値がよく分かっていなかったので、その結果は出ていない。

一方、月や太陽の運動はよく分かっているので、一年、一月に関連した周期のものを見つけるのには、問題が少ない。例えば、J_2, J_3 の年周、半年周の変化はよい正確に求められるであろう。