

第3章 重力波信号探査のデータ解析

「砂漠で針を探す」



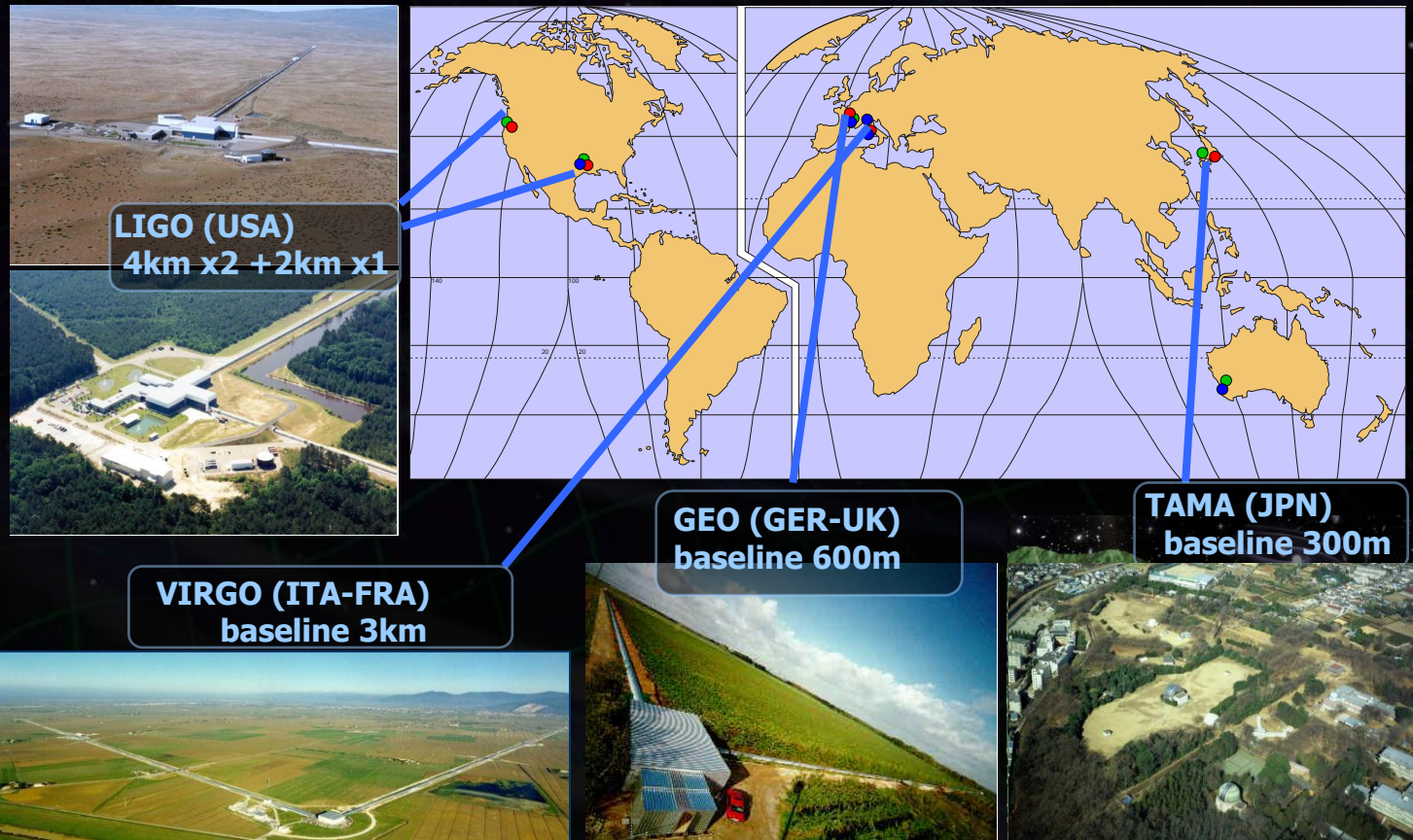
第3章 観測とデータ解析

- ⇒ **重力波検出器による観測**
観測データの解析と解釈
観測により得られた結果

大型レーザー干渉計型重力波望遠鏡

第1世代 大型干渉計 (1999年頃から稼働)

世界で4プロジェクト 6台 → 国際観測ネットワーク



・重力波の観測

- 干渉計を動作させ、時系列データを取得し続ける

TAMA : 2か月 × 数回

LIGO : 2年弱, 3台の同時動作

・現実の観測中の障害

- 突発的な外乱 (地面振動など)
 - 干渉計が非動作状態になる, 非定常雑音
 - 環境ドリフト (温度, 気圧, 地面の傾斜・歪み など)
 - 干渉計感度の悪化など
- ⇒ 各種環境モニタ信号 (~100チャンネル)
干渉計の自動動作, 動作復帰システム

基線長4km 2台, 2km 1台の
レーザー干渉計重力波検出器

2002年観測開始

計画通りの感度を実現 (世界最高感度)

→ 連星中性子星 20Mpc まで観測可能

長期連続観測

→ 1年以上の3台同時観測データ



LIGO LSC
(Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory)

One interferometer
with 4 km Arms,
One with 2 km Arms

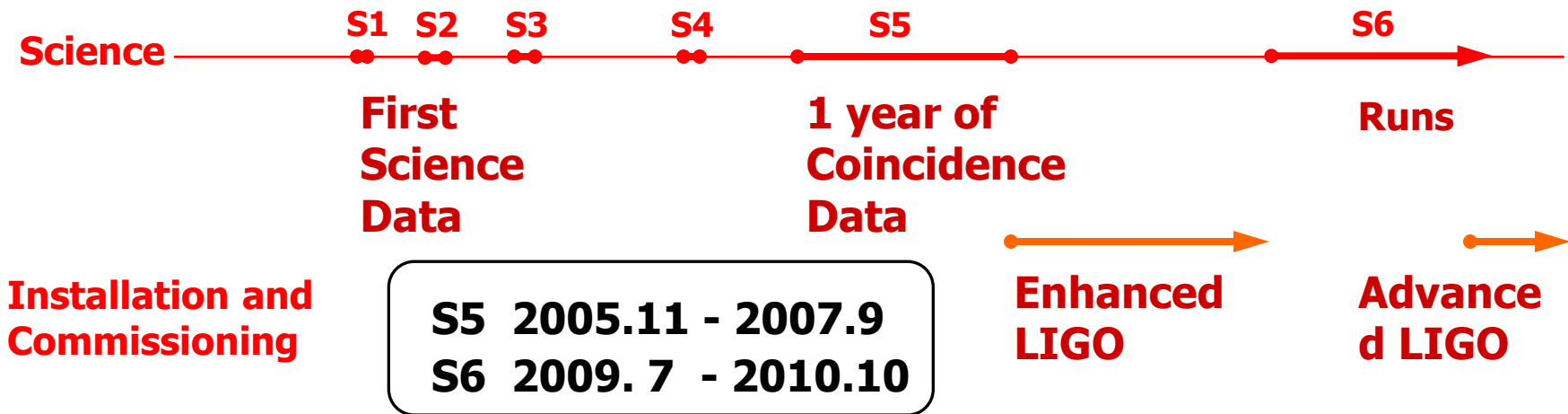
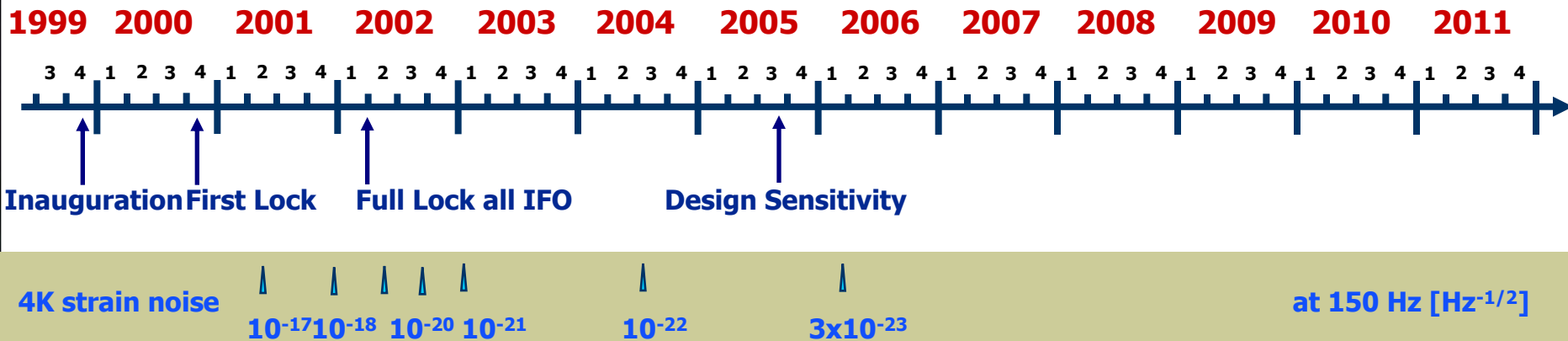


One interferometer
with 4 km Arms

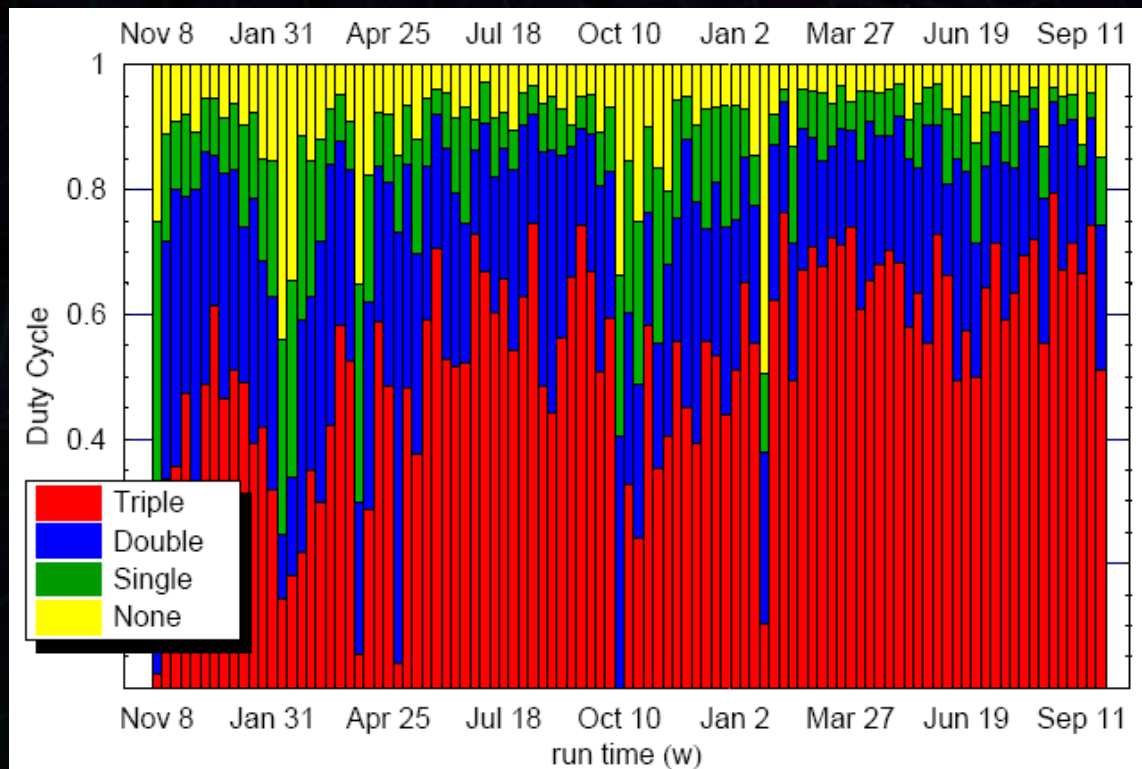


Time Line

October 2008
Daniel Sigg



LIGO 3台の同時観測データ1年分を取得 (Nov 2005 – Sep 30, 2007)



S5 duty cycles:

52.8 % in triple coincidence

57.0 % in H1L1 coincidence

Total for H1: 77.7 %

Total for H2: 78.2 %

Total for L1: 65.7 %

H1H2L1V1: 11.3 %

LIGO

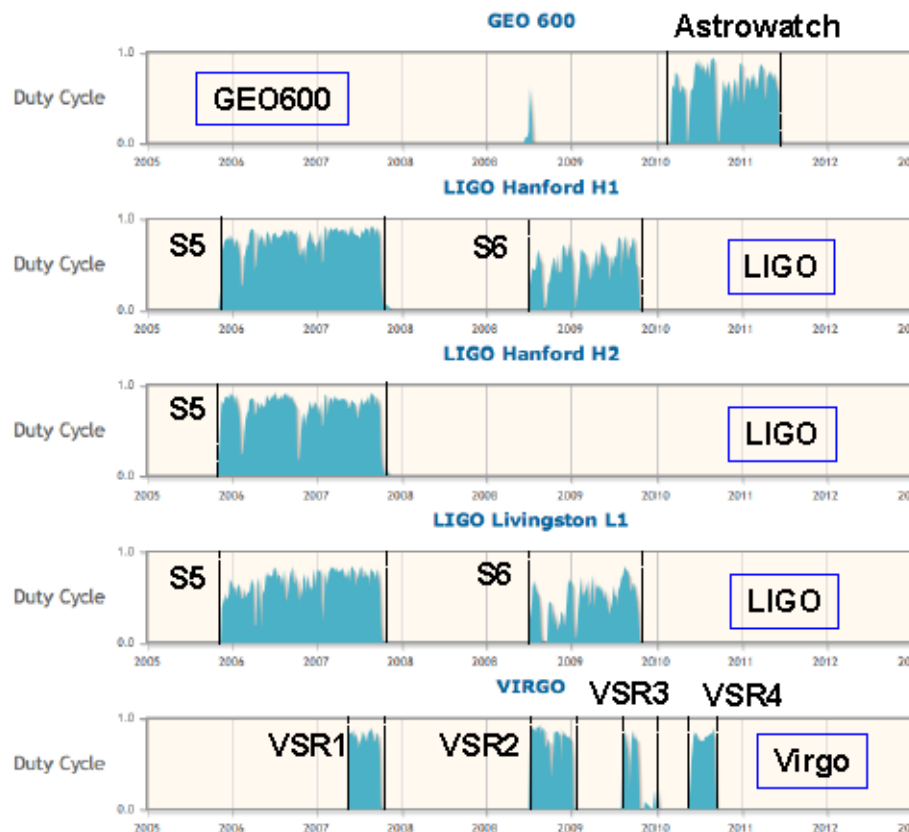
Global gravitational-wave detector network

- GW science is *greatly* enhanced by having distribution of global interferometers.

Advantages include:

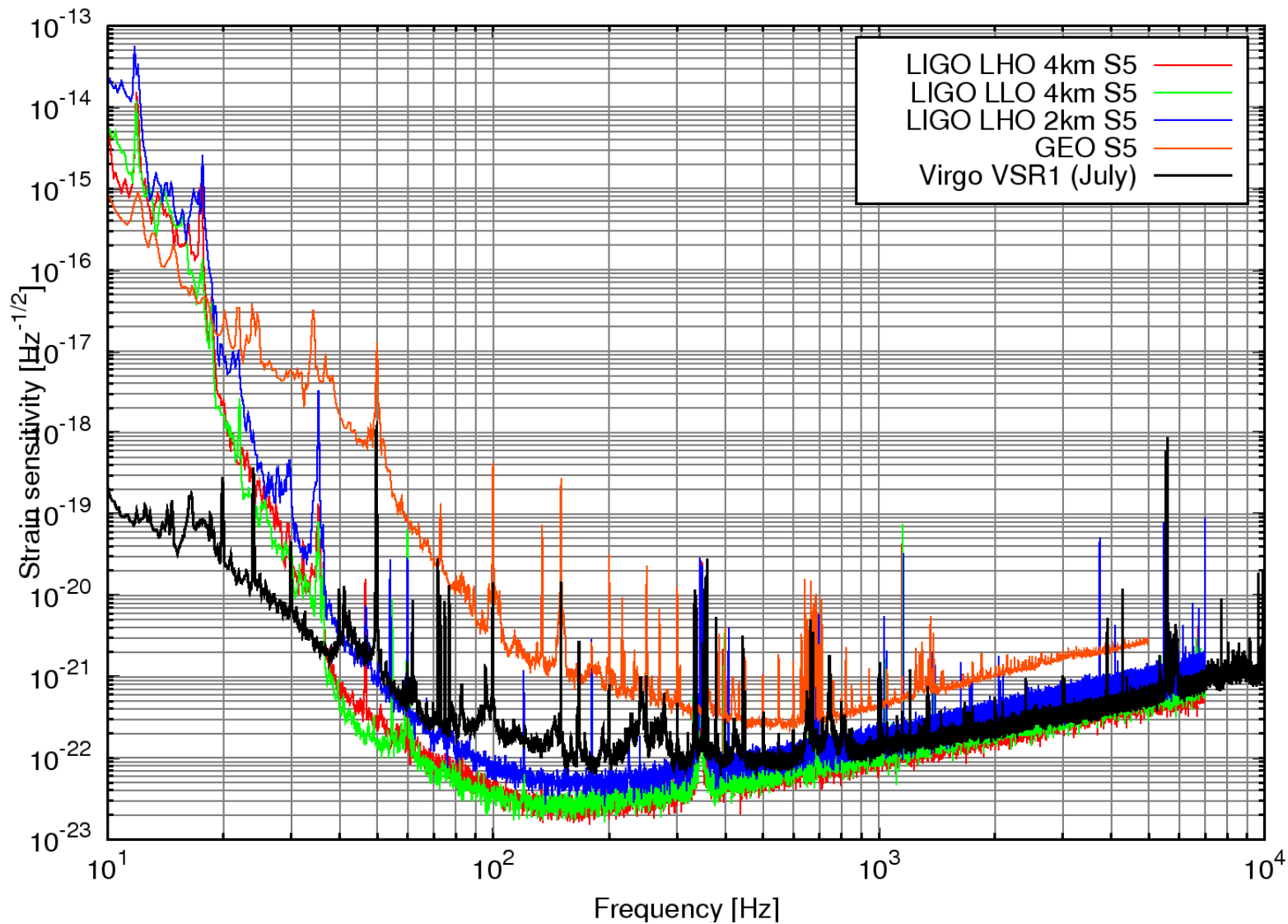
- » Source localization
- » Enhanced Network Sky Coverage
- » Maximum Time Coverage - 'Always listening'
- » Detection confidence

- Since May 2007, LIGO, Virgo, and GEO600 has operated jointly as a global network

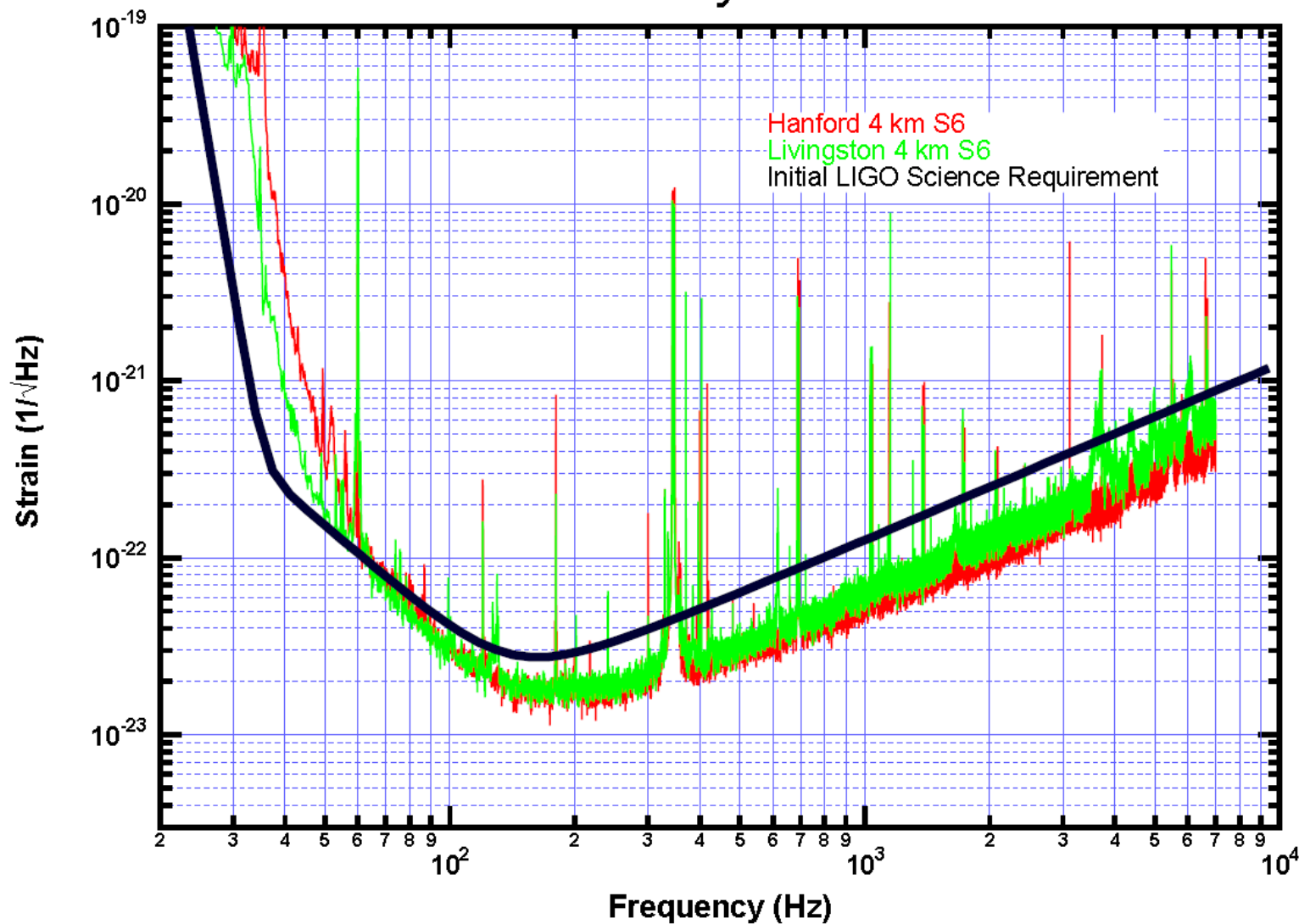


15

観測時の感度



Best Strain Sensitivity: S6 Science Run



TAMA300

- Power-recycled FP Michelson interferometer with 300m arms.
- Built at NAOJ in Mitaka, Tokyo.

• Purpose

- Intermediate step for a larger-scale GW antenna.
- Observation of lucky events in our and nearby galaxies.



- Sufficient sensitivity to observe Galactic events
(Worlds best sensitivity in 2000-2002)
- Earlier observation start in 1999.
(Over 3000 hours' data)

TAMA Data Taking

Data Taking		Objective	Observation time	Typical strain noise level	Total data (Longest lock)
DT1	August, 1999	Calibration test	1 night	3×10^{-19} /Hz ^{1/2}	10 hours (7.7 hours)
DT2	September, 1999	First Observation run	3 nights	3×10^{-20} /Hz ^{1/2}	31 hours
DT3	April, 2000	Observation with improved sensitivity	3 nights	1×10^{-20} /Hz ^{1/2}	13 hours
DT4	Aug.-Sept., 2000	100 hours' observation data	2 weeks (night-time operation)	1×10^{-20} /Hz ^{1/2} (typical)	167 hours (12.8 hours)
DT5	March, 2001	100 hours' observation with high duty cycle	1 week (whole-day operation)	1.7×10^{-20} /Hz ^{1/2} (LF improvement)	111 hours
DT6	Aug.-Sept., 2001	1000 hours' observation data	50 days	5×10^{-21} /Hz ^{1/2}	1038 hours (22.0 hours)
DT7	Aug.-Sept., 2002	Full operation with Power recycling	2 days		25 hours
DT8	Feb.-April., 2003	1000 hours Coincidence	2 months	3×10^{-21} /Hz ^{1/2}	1157 hours (20.5 hours)
DT9	Nov. 2003 - Jan., 2004	Automatic operation	6 weeks	1.5×10^{-21} /Hz ^{1/2}	558 hours (27 hours)

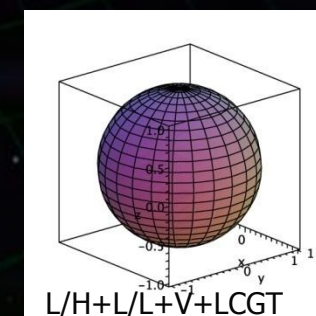
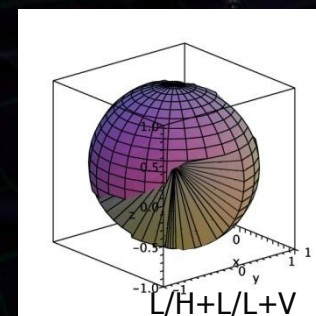
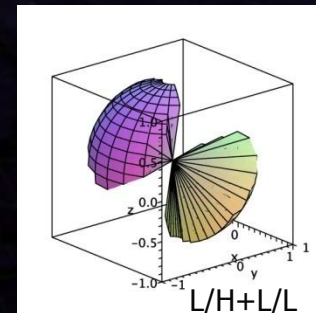
•天文的な意義

天球のカバー ← 干渉計は 弱い指向性を持つ

検出された場合 --- 天文的情報の取得

波源の位置, 偏波 の情報の取得

→ 最低3台が必要, 指向性を考慮するとより多く



•実際上の意義

重力波信号は微弱

→ 多くの Fake event が現れる

複数台での同時検出

→ 検出の信頼度の向上, 偽イベントの除去

地上重力波検出器による観測

検出の試み：1960年代より行われる
現在, 大型検出器が稼働中

レーザー干渉計型：6台, 共振型検出器：3台



➡ 国際的観測ネットワーク

→ 検出の信頼度向上, 波源の方向特定, 重力波偏波の分離
1年を超える観測データが取得されている

連星中性子星合体イベント：50kpc~20Mpcの観測レンジ

→ 我々の銀河, 近傍銀河でイベントがあれば検出可能

第3章 観測とデータ解析

重力波検出器による観測



観測データの解析と解釈

観測により得られた結果

取得した時系列データから 重力波信号を探索

⇒ 雑音に埋もれた微小信号を探す

解析の流れ

1. データの前処理

信号のキャリブレーション, ホワイトニングなど
動作が不安定だった時間帯のデータを棄却
フィルタパラメータ・閾値の決定 など

2. フィルタリングと信号候補の取り出し

対象とする信号に応じてデータをフィルタリング
偽イベントの棄却, イベント候補の取り出し など

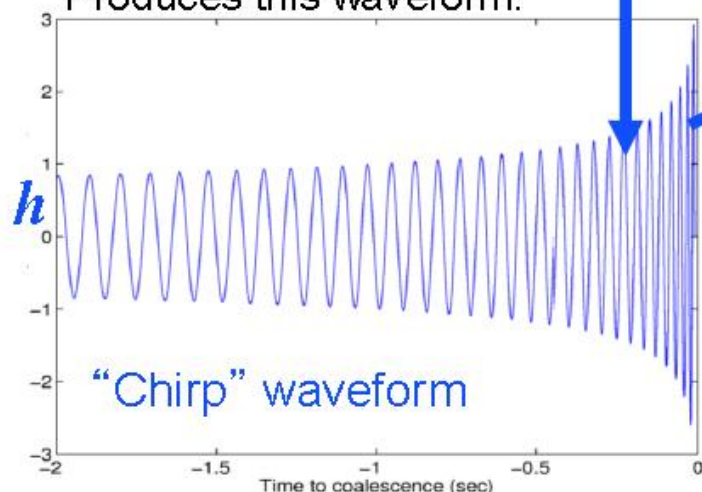
3. 統計的解釈

イベントの有意性の検定
上限値の見積もり など

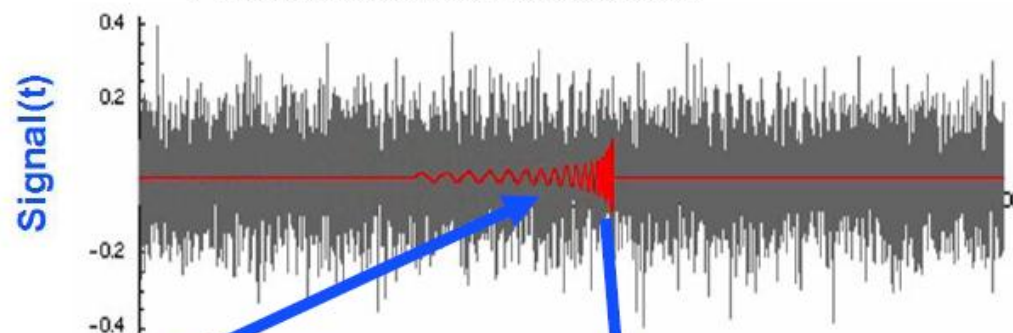
This source:



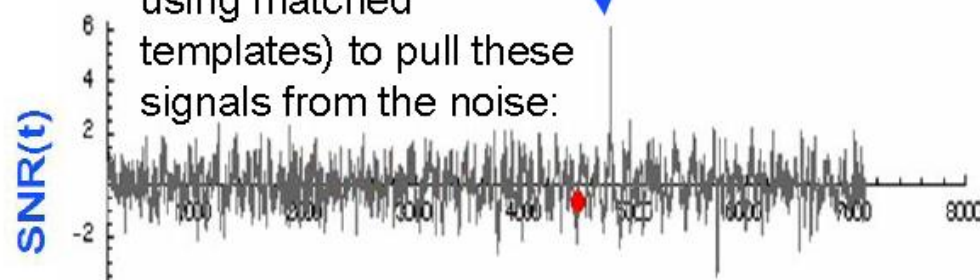
Produces this waveform:



Buried in this noise stream:



We use different methods (in this case optimal Wiener filtering using matched templates) to pull these signals from the noise:



The problem is that non-astrophysical sources also produces signals (false positives)

- 雑音に埋もれた信号を最大の信号/雑音比(SNR)で取り出すフィルタ

検出器の出力 $x(t) = h(t) + n(t)$

↑ ↑
重力波信号 検出器の雑音

最大SNRとなるフィルタ出力

検出器出力のフーリエ成分 重力波信号波形のフーリエ成分

$$c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}(f) \cdot \tilde{h}^*(f)}{S_n(f)} df$$

↑ ↑
検出器の雑音パワースペクトル

そのときのSNR $\left(\frac{S}{N}\right)_{\max}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_n(f)} df$

フーリエ変換と逆フーリエ変換

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$\tilde{X}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

パワースペクトル

$$\Rightarrow S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi |\tilde{X}(\omega)|^2}{T}$$

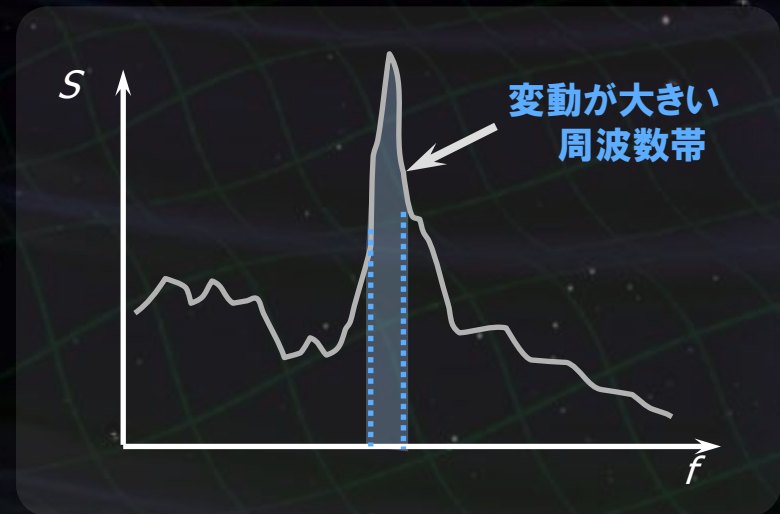
パワースペクトルの持つ意味

$$\langle x^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} S(f) df$$

x_{rms}^2 : 変動の平均パワー

パワースペクトル

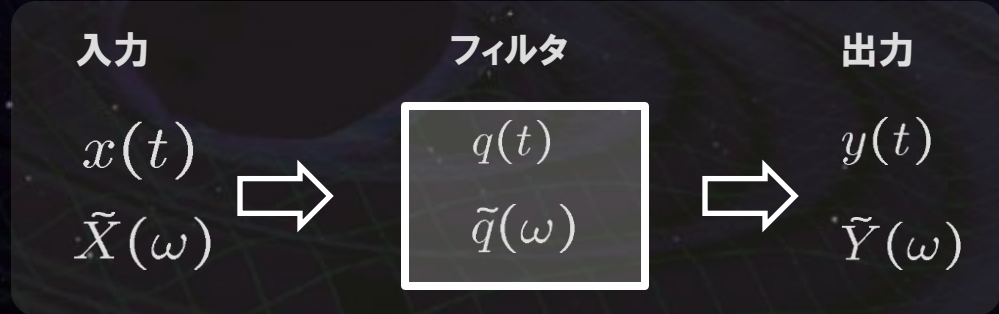
ランダム変動の平均パワー
に対する各周波数成分の寄与



線形フィルタ

入力と出力に

線形の関係があるフィルタ



時間領域

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t') \cdot x(t - t') dt'$$

インパルス応答関数

周波数領域

$$\tilde{Y}(\omega) = \tilde{q}(\omega) \cdot \tilde{X}(\omega)$$

システム応答関数 (伝達関数)

フーリエ変換と逆フーリエ変換

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$\tilde{X}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

インパルス応答関数 – 伝達関数 : フーリエ変換の関係にある

・フィルタ出力

$$c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{検出器出力}}}{x(t')} \cdot \underset{\substack{\leftarrow \\ \text{フィルタ}}}{q(t'+t)} dt' = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(f) \cdot \tilde{q}^*(f) df$$

それぞれフーリエ変換し、
周波数領域で考える

⇒ **信号と雑音の比 (Signal-to-noise ratio, SNR) を最大にする $\tilde{q}(f)$ を求める (最適フィルタ).**

信号の期待値 $\langle S \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \tilde{x}(f) \rangle \cdot \tilde{q}^*(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(f) \cdot \tilde{q}^*(f) df$

雑音 $N = S - \langle S \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{n}(f) \cdot \tilde{q}^*(f) df$

$$\langle N^2 \rangle = \int_0^{\infty} S_n(f) \cdot |\tilde{q}(f)|^2 df$$

•内積を定義 $(A|B) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(f) \tilde{B}^*(f) S(|f|) df$

信号の期待値 $\langle S \rangle = (\tilde{h}/S_n | \tilde{q})$

雑音パワーの期待値 $\langle N^2 \rangle = \frac{1}{2} (\tilde{q} | \tilde{q})$

SNRの2乗 $\langle S \rangle^2 / \langle N^2 \rangle$ を最大にするフィルターを求める.

シュワルツの不等式を用いる

$$(A|B)^2 \leq (A|A)(B|B) \quad A \text{が} B \text{に比例するとき等号成立.}$$

$$\Rightarrow \tilde{q}(f) \propto \tilde{h}(f)/S_n(|f|) \quad \text{とすればよい.}$$

•テンプレート $T(t)$ を定義 $h(t) = \kappa T(t - t_0)$ (t_0 : 信号到達時刻)

⇒ 最適フィルタ $\tilde{q}(f) = 2 \frac{\tilde{T}(f)}{S_n(|f|)} e^{2\pi i f t_0}$ とおく.

その時,

$$S(t) = \int_0^\infty \frac{\tilde{s}(f) \tilde{T}^*(f)}{S_n(|f|)} e^{-2\pi i f t_0} df$$

← $S(t)$ のフーリエ変換に相当.

(さまざまな到達時刻に対する S は、FFTによってまとめて求められる.)

•テンプレートの規格化 $(\tilde{T}/S_n | \tilde{T}/S_n) = 1/2$

$$\Rightarrow \langle N^2 \rangle = 1, \quad (\text{SNR})^2 = \kappa^2$$

- 雑音に埋もれた信号を最大の信号/雑音比(SNR)で取り出すフィルタ

検出器の出力

$$x(t) = h(t) + n(t)$$

重力波信号

検出器の雑音

フィルタ出力 (SNR)

検出器出力のフーリエ成分

規格化されたテンプレート

$$S(t) = (x, T) = 4 \int_0^\infty \frac{\tilde{x}(f) \cdot \tilde{T}^*(f)}{S_n(f)} df$$

検出器の雑音パワースペクトル

探査信号に対応する

$$h(t) = \kappa T(t)$$

テンプレートとその規格化

$$(T/S_n, T/S_n) = 1/2$$

- ・フィルター出力が閾値を超えるかで信号の有/無を判断.

- ・信号が見つかった場合

 - 恣意性が入らないように細心の注意
(閾値, フィルタパラメータ, fake除去)

- ・信号が見つからなかった場合

 - 物理的解釈, 上限値
統計解析, 埋め込みシミュレーション

・観測の結果 → フィルタ出力(SNR) : $s = (S_1, S_2, \dots, S_n)$

この結果の中での, 重力波信号の **ある/なし** を判別.

・検定 : 信号の有無の判別法

		判断結果	
		信号あり	信号なし
実際	重力波 到来	正しい	第2種の誤り (False Dismissal)
	重力波 なし	第1種の誤り (False Alarm)	正しい

$s \subseteq R$ の時, '信号検出' と判断



・誤りが起きる確率

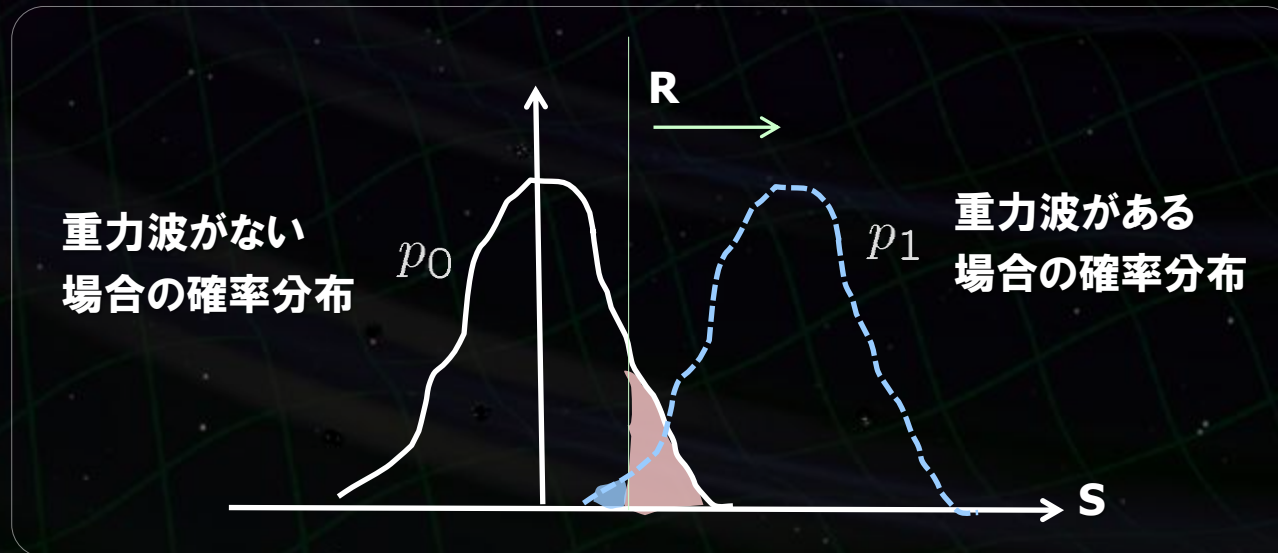
False Alarm Probability

$$P_0(\mathbf{R}) = \int_{\mathbf{R}} p_0(s) ds \equiv \alpha$$

False Dismissal probability

$$1 - P_1(\mathbf{R}) = 1 - \int_{\mathbf{R}} p_1(s) ds$$

正しく検出する確率 (検出効率)



•Neyman-Pearsonの補題

尤度比 (Likelihood Ratio) $\Lambda(s) \equiv \frac{p_1(s)}{p_0(s)}$

与えられた α に対して $P_0[\Lambda(s) \geq k] = \alpha$ となる閾値 k を選ぶ.

⇒ $\Lambda(s) \geq k$ のとき重力波を検出したと判断するとき
最大の検出効率を得られる (最強力検定).

•マッチトフィルタリングとの関係 (ガウス雑音を仮定)

$$\ln(\Lambda) = \ln \left(\frac{P_1(S|h)}{P_0(S|0)} \right) = \ln \left(\frac{e^{-(s-h|s-h)/2}}{e^{-(s|s)/2}} \right) = \dots = \frac{1}{2} \kappa^2$$

フィルタ出力(SNR) S に対する閾値 k を基準
→ 重力波信号の あり/なし を判断.

- Maximum Likelihood Test

未知のパラメータ μ がある場合,

$\max_{\mu} [\Lambda(s, \mu)] \geq k$ の時, 重力波信号検出と判断する.

(False Alarm Prob. : $P_0[\max_{\mu} \Lambda(s, \mu) \geq k] = \alpha$)

- 最尤推定法 (Maximum Likelihood Estimation)

未知のパラメータ μ について,

$\Lambda(s, \hat{\mu}) = \max_{\mu} [\Lambda(s, \mu)]$ となる $\hat{\mu}$ を μ の推定量とする.



未知のパラメータがある場合,

- (1) SNRを最大とするようなテンプレートを選び出す.
- (2) しきい値を超えた場合(重力波を検出した場合),
そのテンプレートに用いたパラメータを推定値とする.

•パラメータ空間のスキャン探査 → テンプレート群を準備

パラメータ空間にグリッドを張る

細かいグリッドによる高検出効率 ⇔ 有限の計算機資源と計算時間

Minimum Match (SNR許容値) >0.97 などと与える.

$$MM = (\hat{s}(\mu), \hat{s}(\mu + \delta\mu)) = 1 - \frac{1}{2} \left(\hat{s}_{,\mu_i}, \hat{s}_{,\mu_j} \right) \delta\mu^i \delta\mu^j$$

テンプレート数の概算

1.0 ~ 10 Msolar の連星探査

テンプレート数 : 4×10^5

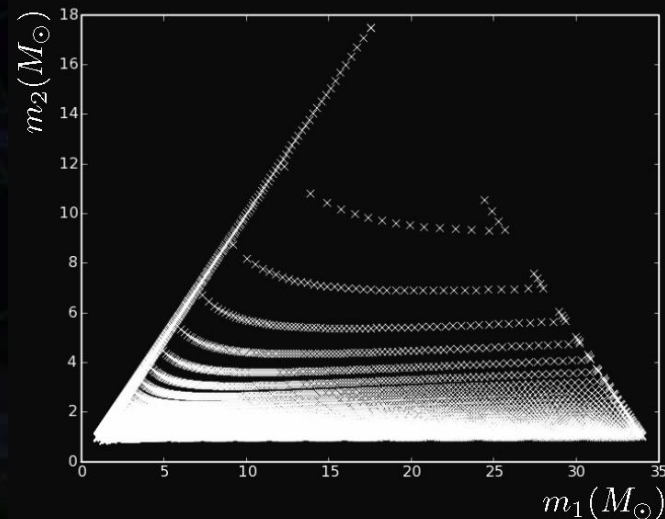
CPU power : 60 TFlops

※実データ時間と同時間内に解析完了.

検出器感度などに依存.

(By H.Tagoshi)

(Fig. from D.Brown 2011)



パラメータ推定誤差

(仮定)

信号は十分大きく、SNRは未知パラメータに対する依存性をもつ

→ パラメータの1次摂動の範囲で考える。

検出器雑音はガウス雑音。



$\ln \Lambda(s, \mu)$ の真値の回りの確率分布は、

$$p(\Delta\mu) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\Gamma_{ij}\Delta\mu^i\Delta\mu^j\right) \text{ となる.}$$

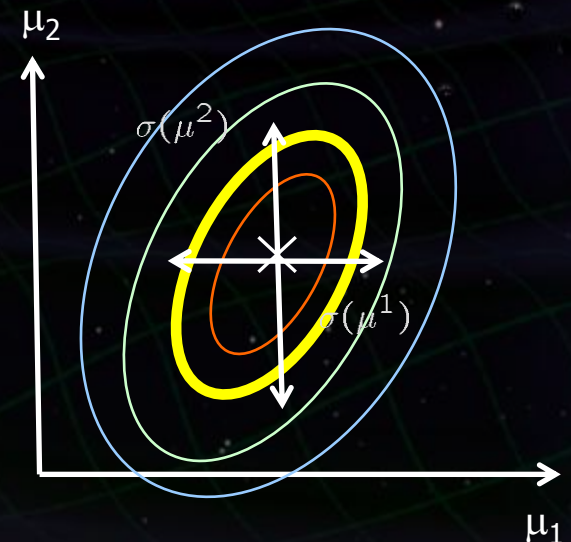
フィッシャー行列
(Fisher Matrix)

$$\Gamma_{ij} \equiv \left(\frac{\partial h}{\partial \mu^i}, \frac{\partial h}{\partial \mu^j}\right)$$

パラメータ推定誤差

$$\sigma(\mu^i) = \sqrt{(\Gamma^{-1})_{ii}}$$

SNR確率分布の等高線図



取得した時系列データから 重力波信号を探索

⇒ 雑音に埋もれた微小信号を探す

解析の流れ

1. データの前処理

信号のキャリブレーション, ホワイトニングなど
動作が不安定だった時間帯のデータを棄却
フィルタパラメータ・閾値の決定 など

2. フィルタリングと信号候補の取り出し

対象とする信号に応じてデータをフィルタリング
偽イベントの棄却, イベント候補の取り出し など

3. 統計的解釈

イベントの有意性の検定
上限値の見積もり など

第3章 観測とデータ解析

重力波検出器による観測

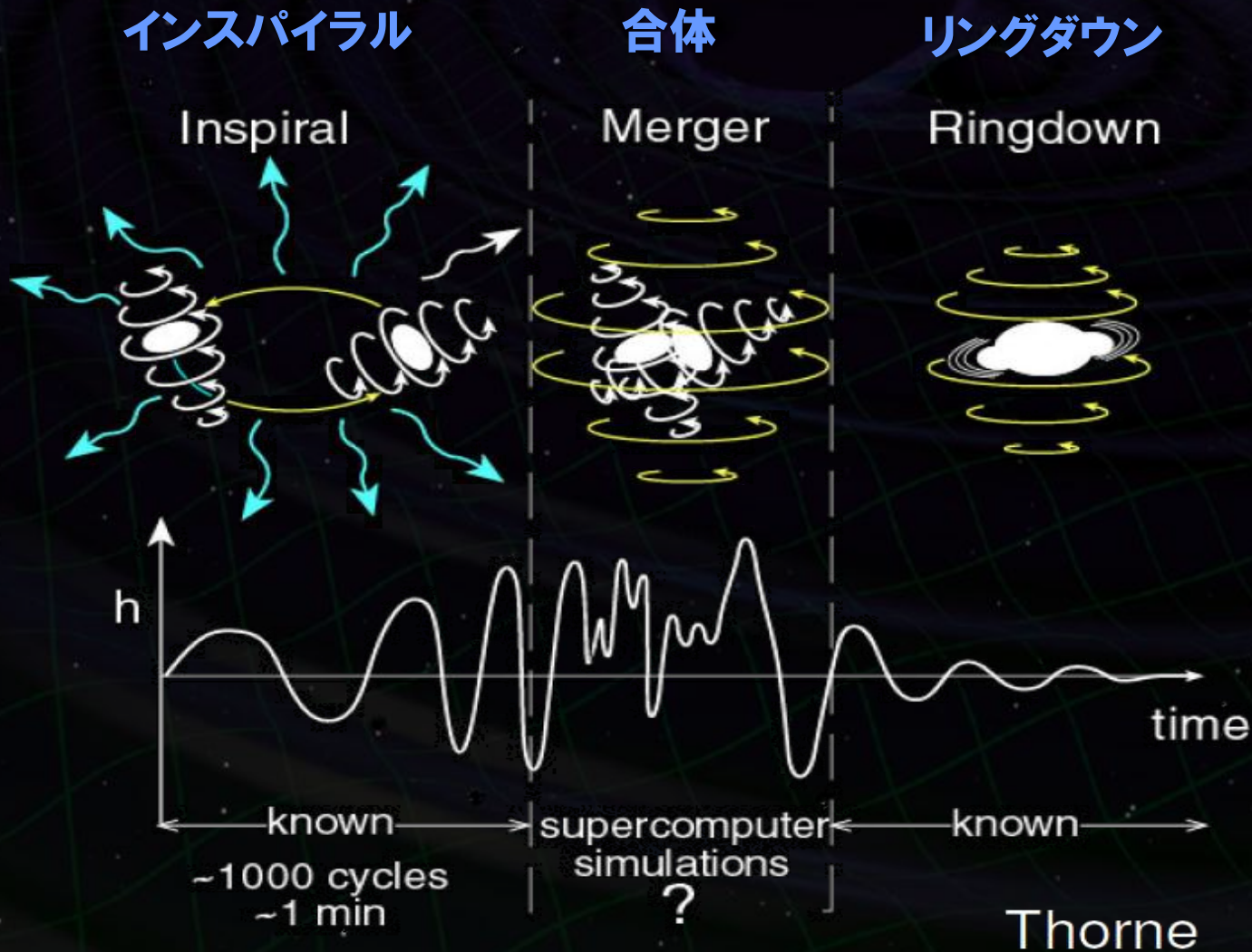
観測データの解析と解釈

⇒ 観測により得られた結果

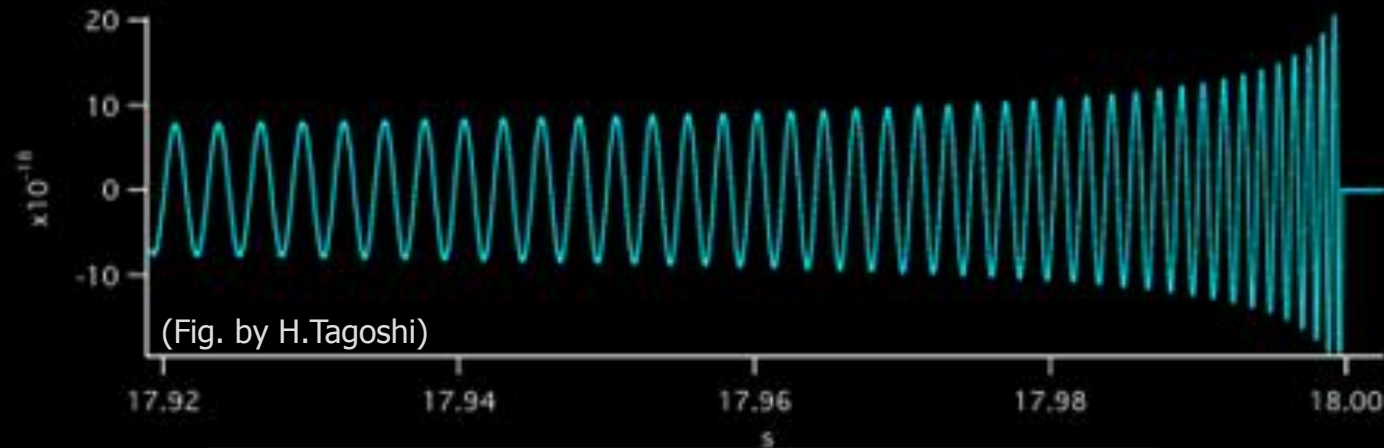
コンパクト連星合体からの重力波解析

	短時間 (重力波イベント)	長時間 (定常重力波)
波形 予測可能	 <p>連星の合体 → チャープ波</p> <p>ガンマ線 バースト</p>	 <p>パルサー, LMXB → 連続波</p>
波形が 予測できない	 <p>超新星爆発 → バースト波</p>  <p>ソフトガンマ線 リピータ</p>	 <p>背景重力波 → 定常ランダム波</p>

・連星合体からの重力波の波形



- 合体直前までの波形 --- チャープ波
 - 時間とともに振幅・周波数が増大.
 - 波形は, 主に2つの星の質量だけに依存.
 - 最大周波数 : 最近接安定軌道で規定.



中性子星連星の場合 ($m_1 = m_2 = 1.4M_\odot$)

100Hzでの軌道半径 : 54 km

100Hzから合体まで : 2.15 sec, 345 cycle

最大周波数 : 1570 Hz

- ポストニュートン近似により解析的に求められる：(v/c)で展開近似

Restricted Post-Newtonian Approximation (Blanchet+ 1995)

$$h_+(t) = \frac{2\mathcal{M}_c}{D_L} [\pi\mathcal{M}_c f(t)]^{2/3} (1 + \cos^2 \iota) \cos \Phi(t)$$

$$h_\times(t) = \frac{2\mathcal{M}_c}{D_L} [\pi\mathcal{M}_c f(t)]^{2/3} (-2 \cos \iota) \sin \Phi(t)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \mathcal{M}_c f^{11/3} \left[1 - \left(\frac{743}{336} + \frac{11}{4} \eta \right) (\pi\mathcal{M}_c f)^{2/3} + (4\pi)(\pi\mathcal{M}_c f) \right. \\ \left. + \left(\frac{34103}{18144} + \frac{13661}{2016} \eta + \frac{59}{18} \eta^2 \right) (\pi\mathcal{M}_c f)^{4/3} + (2.5\text{PN}) + \dots \right]$$

Chirp mass $\mathcal{M}_c = (m_1 \cdot m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$

Reduced mass ratio $\eta = \mu/M = (m_1 \cdot m_2) / (m_1 + m_2)^2$

Luminosity distance D_L

Inclination angle ι

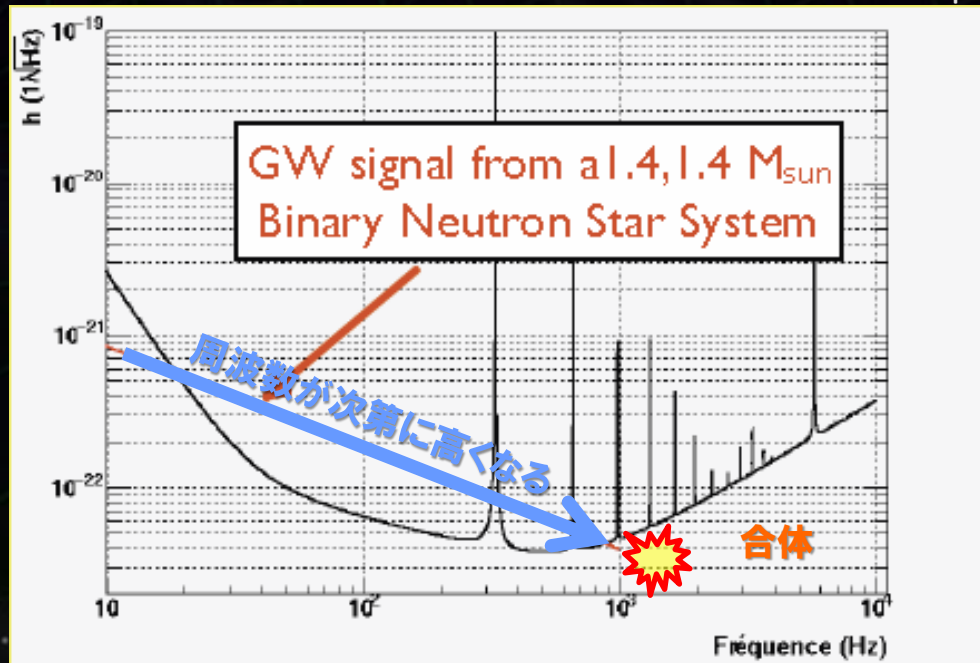
Phase $\Phi(t) = 2\pi \int f(t') dt' = 2\pi \int \frac{f}{(df/dt)} df$

・周波数領域で調べる

波形をフーリエ変換 $\tilde{h}_+(f) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f t} h(t) dt$

$$\tilde{h}_+(f) = \sqrt{\frac{5}{96}} \frac{\pi^{-2/3} \mathcal{M}_c^{5/6}}{D_L} \frac{(1 + \cos^2 \iota)}{2} f^{-7/6} e^{i\psi(f)}$$

$$\psi(f) = 2\pi f t_c - \Phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128} (\pi \mathcal{M}_c f)^{-5/3} + \dots$$



フーリエ振幅：
(周波数)^{-7/6} の依存性

連星中性子星合体の例
(by Marion 2011)

• 波源の物理量 3つ

Chirp mass $\mathcal{M}_c = (m_1 \cdot m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$

Reduced mass ratio $\eta = \mu/M = (m_1 \cdot m_2) / (m_1 + m_2)^2$

Coalescence time t_c

• 望遠鏡との位置関係 5つ

Luminosity distance D_L

Inclination angle i

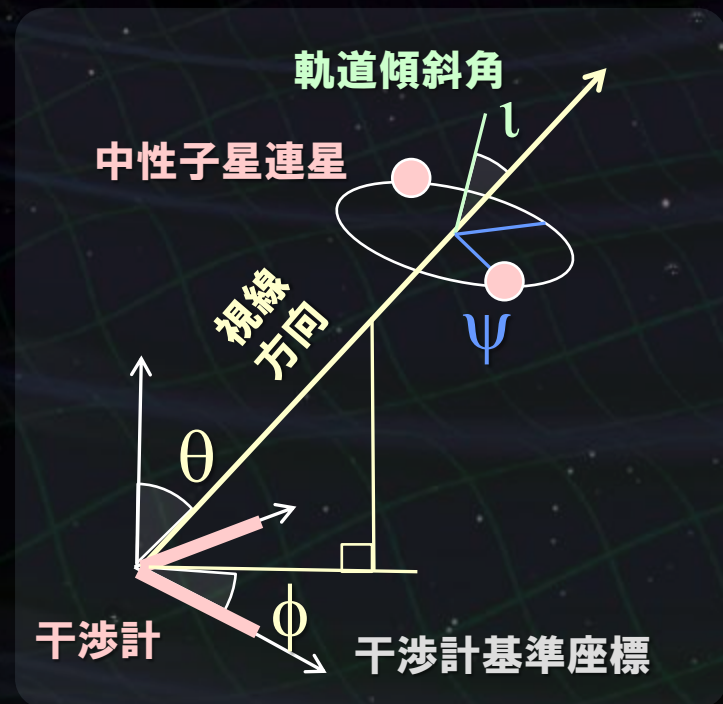
Source sky position θ, ϕ

Polarization angle ψ

• 観測時のパラメータ 2つ

Initial phase ϕ_0

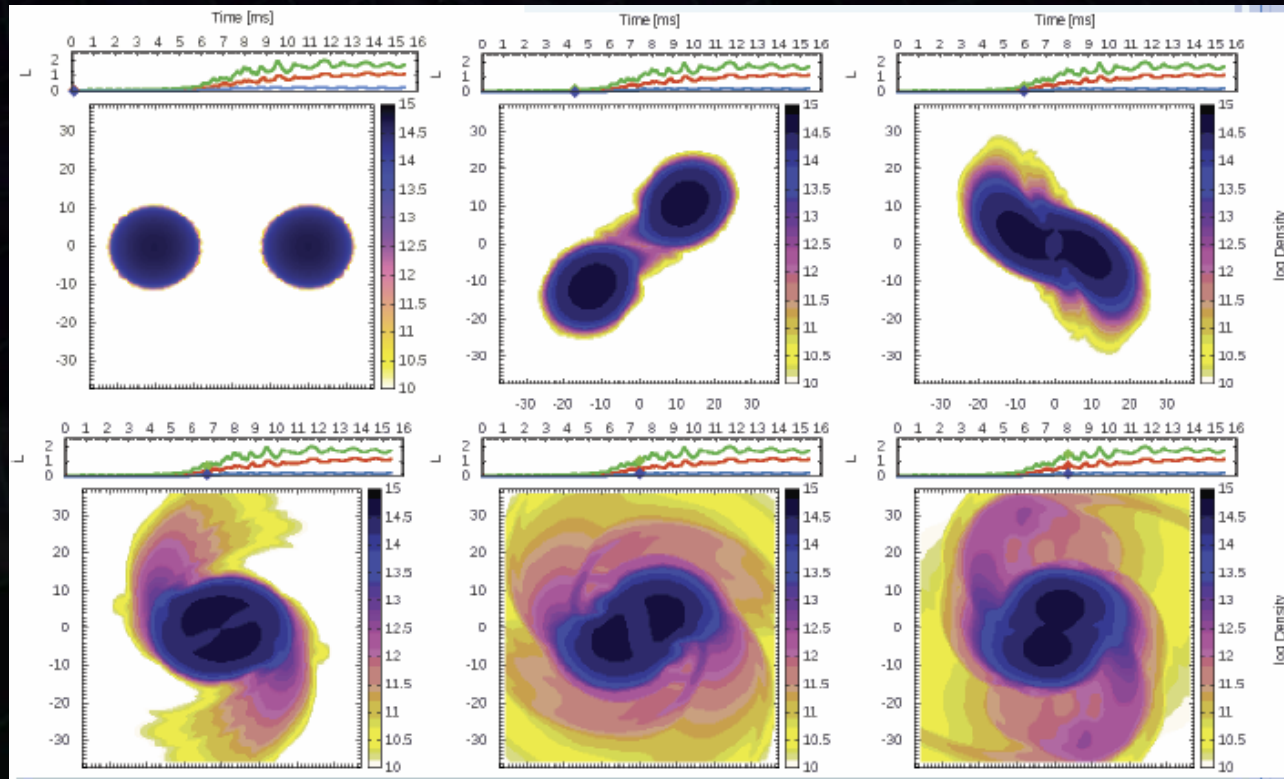
Initial frequency f_0



• 連星合体時の重力波 --- 解析式で記述できない

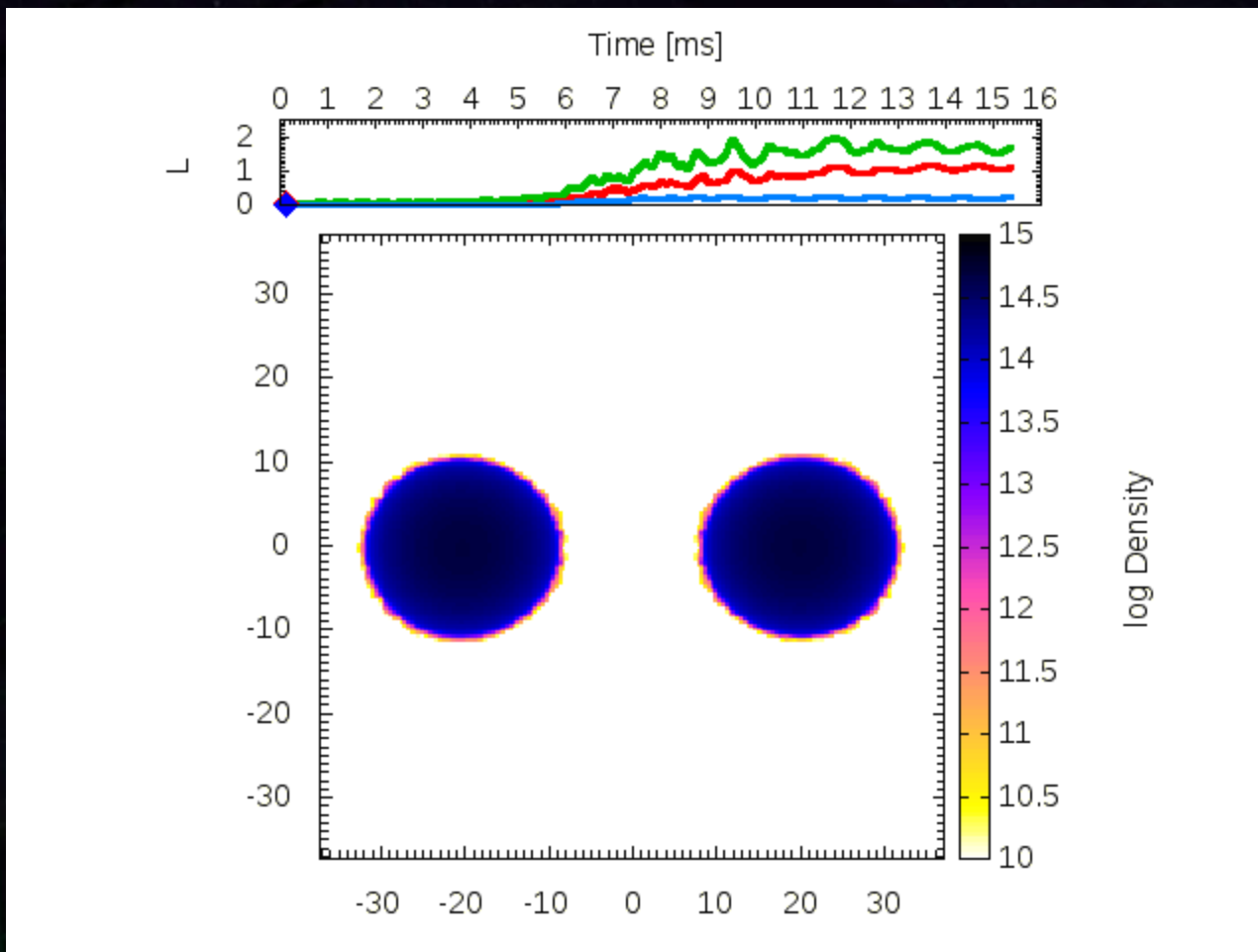
→ 数値シミュレーションによる研究 (NS-NS, BH-NS, BH-BH)

潮汐破壊, ディスクの形成, HMNS/BHの形成, 減衰振動,
重力波波形, ニュートリノ放射, ... といった物理現象を再現.



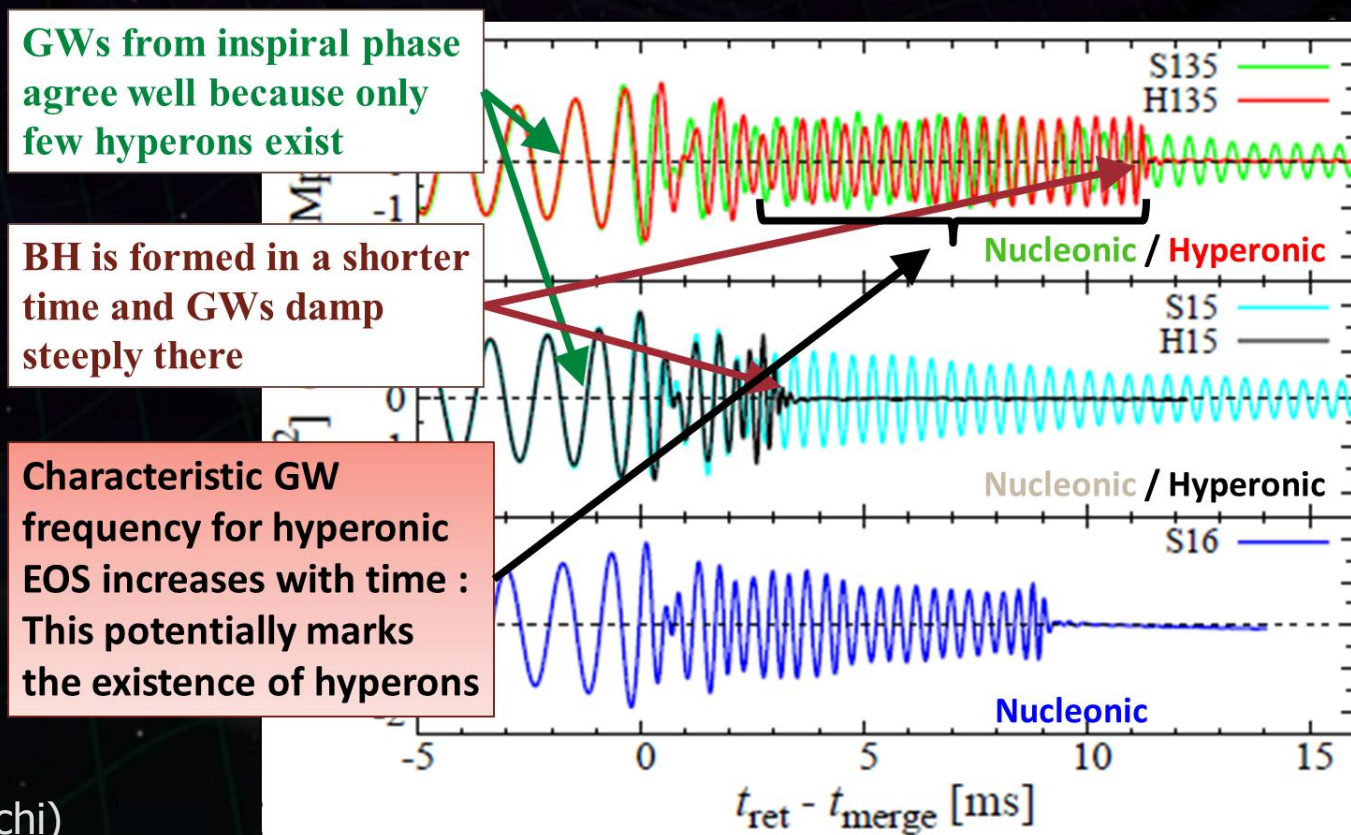
NS連星合体の
数値計算

(By Sekiguchi)



連星中性子星の合体数値シミュレーション by 関口氏

- 連星(NS-NS, NS-BH) 連星合体 → 高密度物質の物理への知見.
 - 合体の様子 (潮汐破壊 – 合体 – HMNS – BH) は状態方程式に依存.
 - NSの状態方程式, ハイペロン (ストレンジネスを含むハドロン) の存在.



(By Sekiguchi)

・ブラックホール形成時の摂動.

→ 重力波を放射しつつ定常状態へ落ち着く.

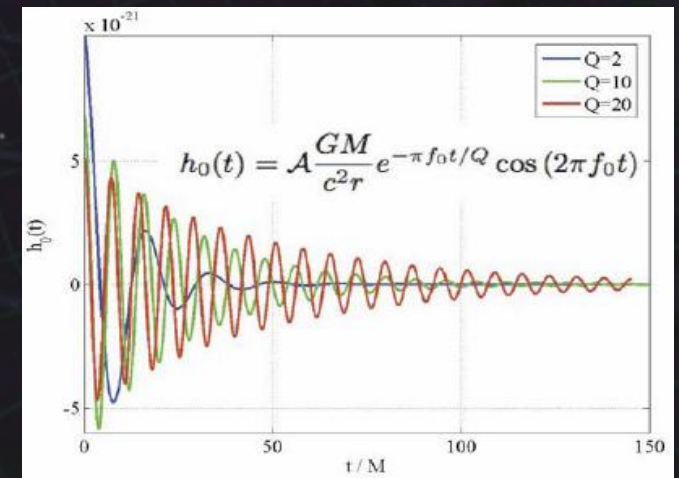
指数関数的な減衰振動波形

$$h(t) = A \frac{GM}{c^2 D_L} \exp\left(-\frac{\pi f_0 t}{Q}\right) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$\text{周波数: } f_0 = \frac{1}{\pi GM} \frac{c^3}{[1 - 0.63(1 - a)^{3/10}]}$$

$$\text{Q値: } Q = 2(1 - a)^{-9/20}$$

$$\text{スピン: } a = Jc/GM^2$$



(Fig. by Marion 2011)

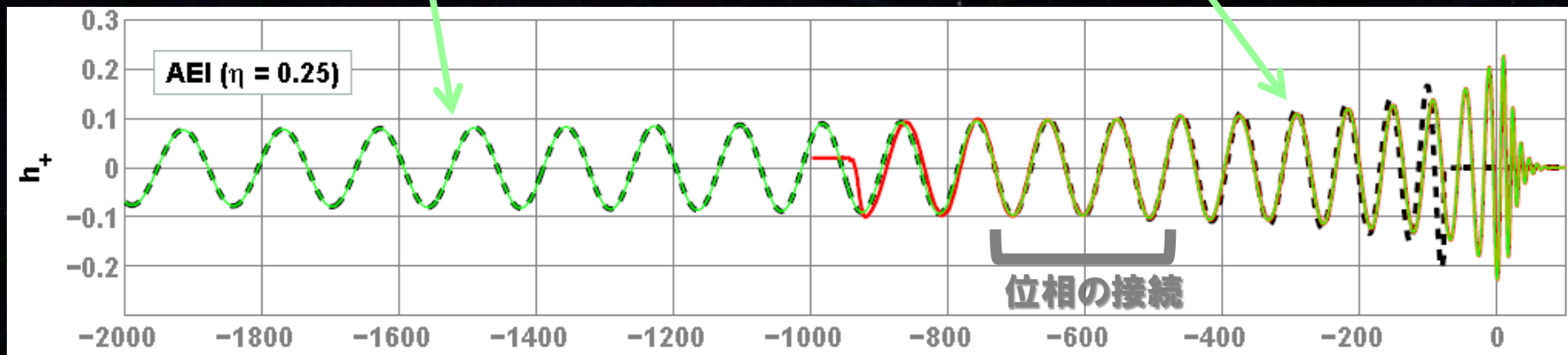
ブラックホールの質量, スピンの情報が得られる.

$$100 M_{\text{solar}}, a=0.5 \rightarrow f_0 \sim 100\text{Hz}, Q \sim 2.6$$

- ハイブリッド波形 : 数値シミュレーション + ポストニュートン近似による波形
→ ブラックホール連星合体現象の全段階を表現.

インスパイラル
(ポストニュートン近似)

合体 + 減衰振動
(数値シミュレーション)



- 波源のパラメータ(質量・スピン)を変えた多数の数値シミュレーション
→ ハイブリッド波形をパラメータで表現 (現象論的波形)

(Ajith+ arXiv 0710.2335, arXiv 0909.2867)

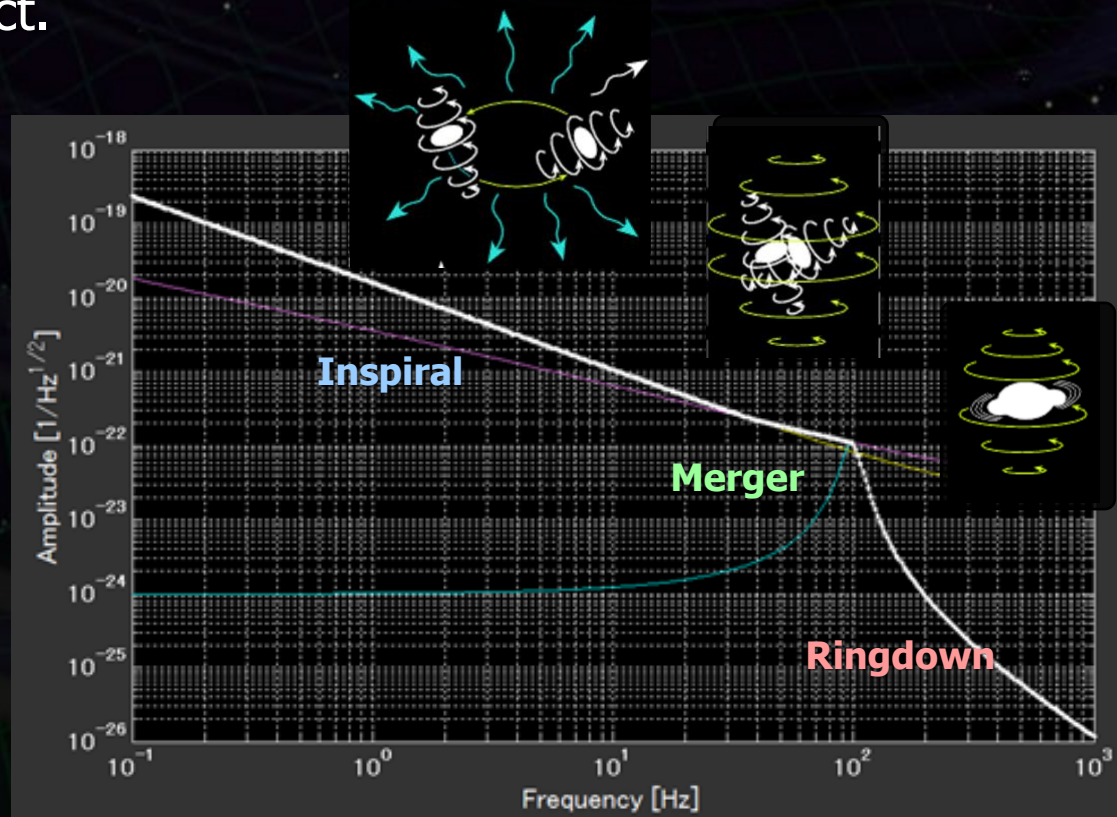
• 数値シミュレーション結果から導かれた現象論的波形

(Ajith+ arXiv 0909.2867)

- For BH inspiral (no tidal deformation).
- Include inspiral, merger, and ring-down.
- Include spin effect.

GW from BH merger

- 100 Msolar equal mass
- Spin parameter 0.5
- Distance 100 Mpc



干渉計の指向性

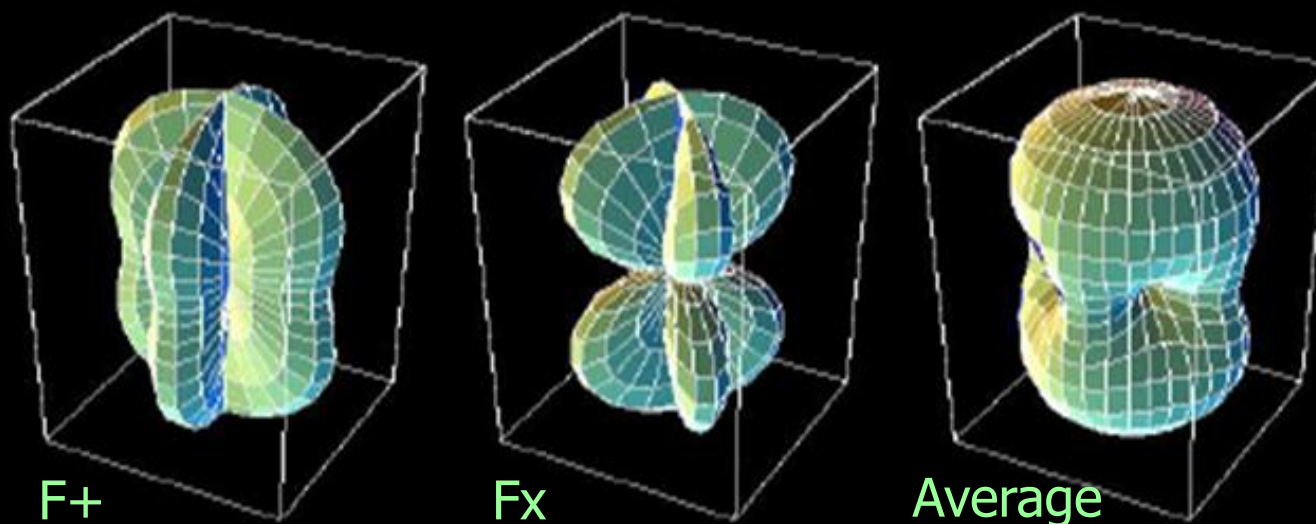
- 干渉計型重力波検出器: 指向性・偏波依存性がある。

$$h_{\text{obs}}(t) = F_{+} \cdot h_{+}(t) + F_{\times} \cdot h_{\times}(t)$$

干渉計のアンテナパターン

$$F_{+} = -\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \cos 2\phi \cos 2\psi - \cos \theta \sin 2\phi \sin 2\psi$$

$$F_{\times} = \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \cos 2\phi \sin 2\psi - \cos \theta \sin 2\phi \cos 2\psi$$



コンパクト連星の合体

チャープ波

- 時間と共に周波数・振幅が増大
- ポストニュートニアン近似によって、
正確な波形が予測できる



マッチド・フィルター解析

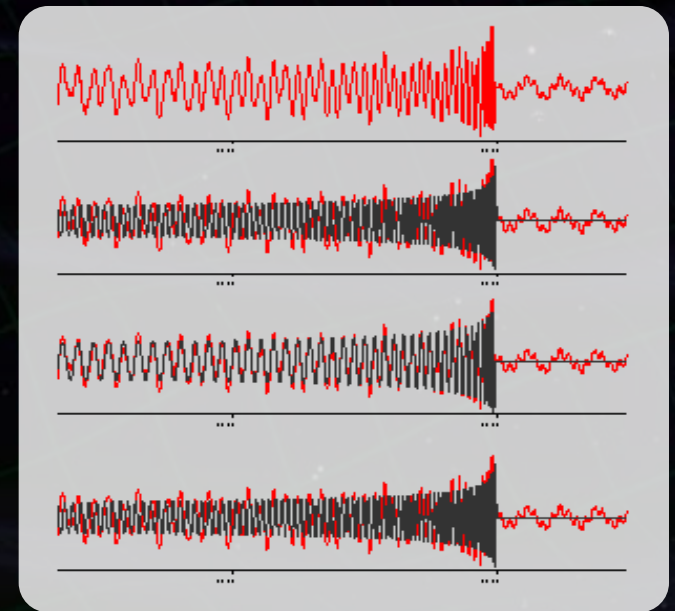
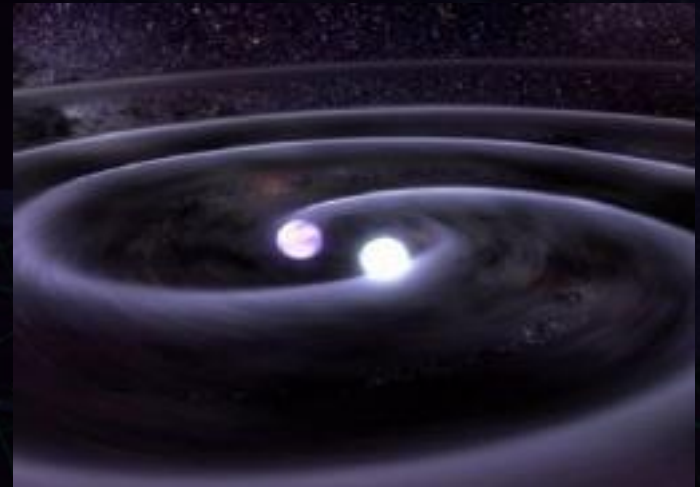
(Winner optimal filter)

$$c(\tau) = \int_{f_1}^{f_2} \frac{\tilde{h}^*(f) \cdot \tilde{s}(f)}{\tilde{S}_h(f)} e^{-i\omega\tau} df$$

テンプレート群を準備

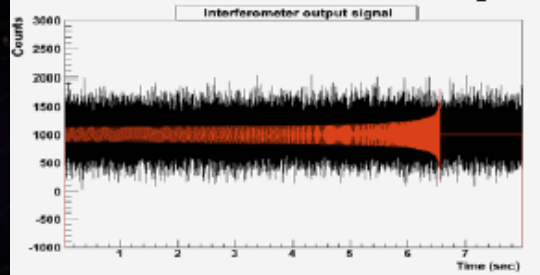
予想波形との相関 → SNR

波形から非定常雑音の除去 (χ^2 -test)

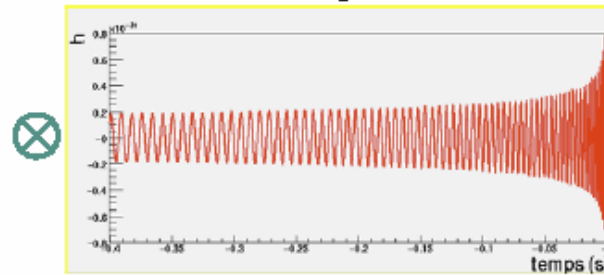


マッチド・フィルター解析：
$$c(\tau) = \int_{f_1}^{f_2} \frac{\tilde{h}^*(f) \cdot \tilde{s}(f)}{\tilde{S}_h(f)} e^{-i\omega\tau} df$$

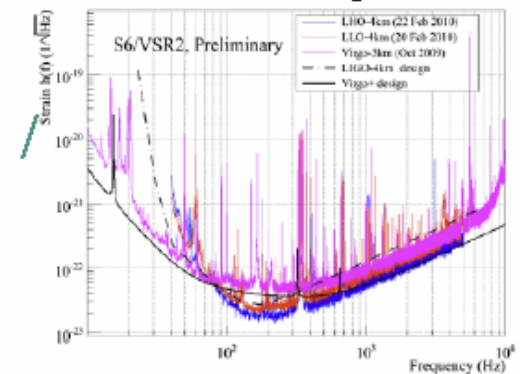
Calibrated detector output



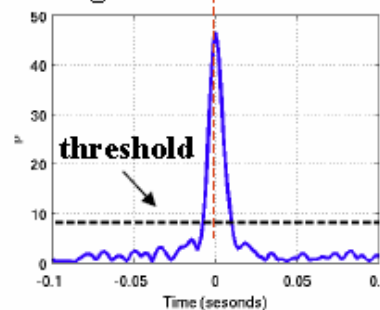
Template



Noise Power Spectrum



Signal To Noise Ratio



[Ref.10]

30

(Fig. by Marion 2011)

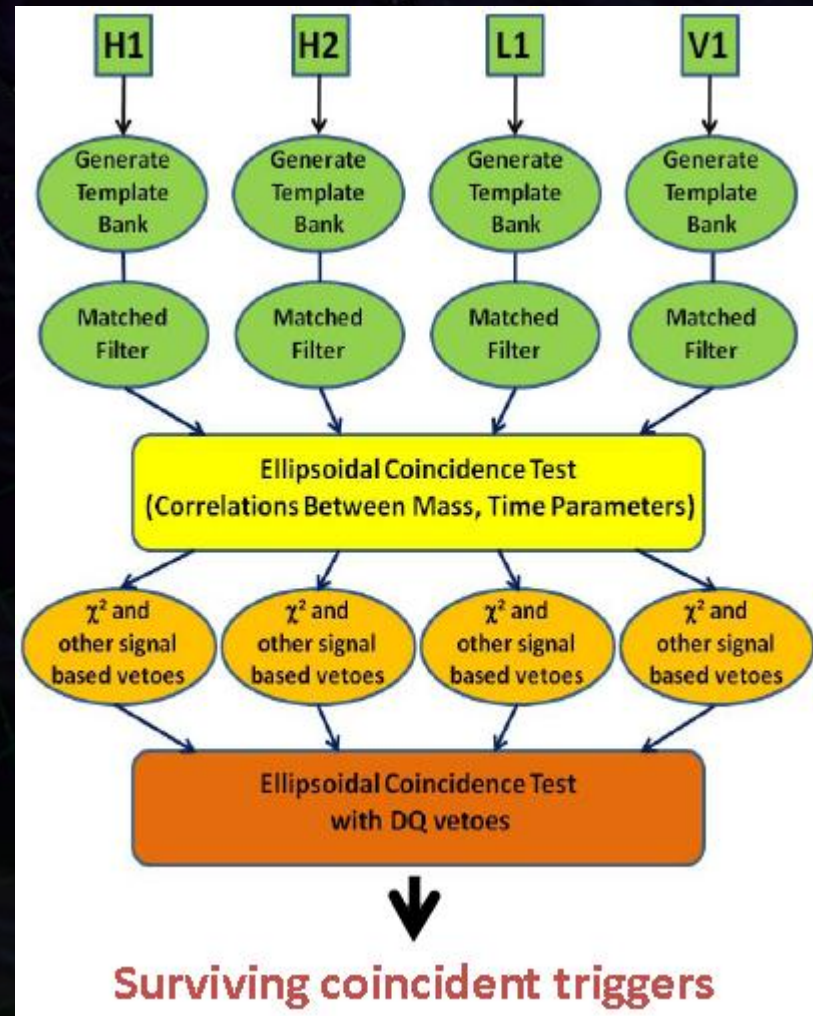
一連の解析をまとめた'パイプライン'

各検出器でのイベント探査
(Matched Filtering)

コインシデンス解析

信号の振る舞いによるVeto解析
(χ^2 -検定, ...)

モニタ信号によるVeto解析



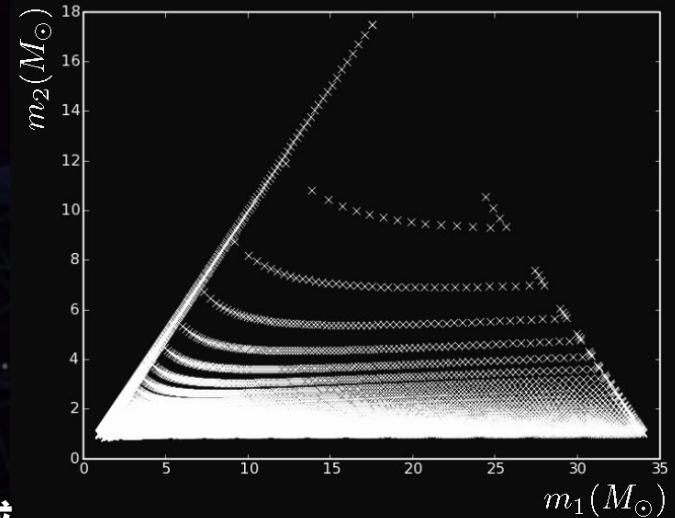
(Fig. from D.Brown 2011)

テンプレートの生成

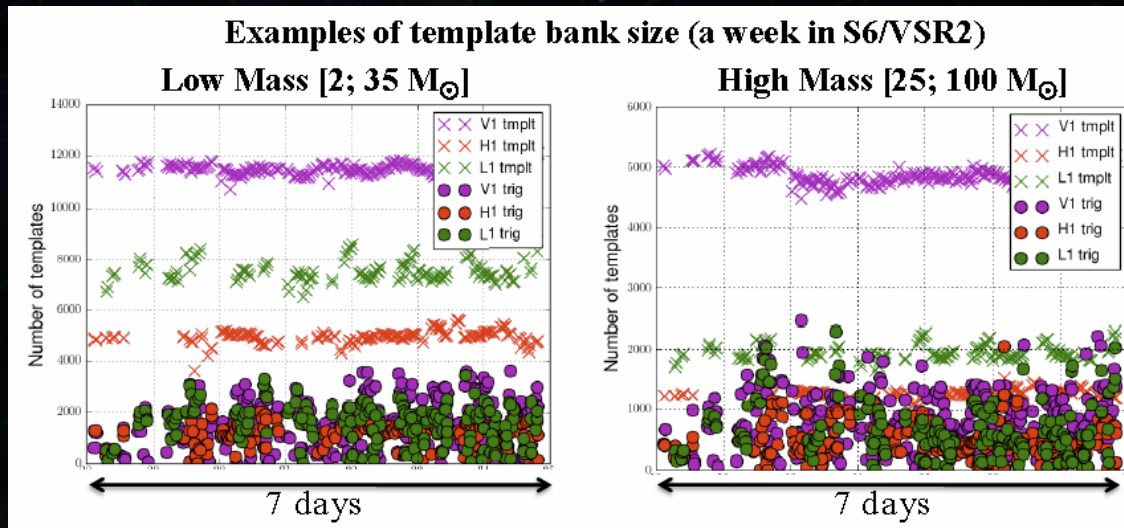
- Minimum Match (SNR許容値) > 0.97などと与える.
- 扱いやすい形にパラメータ変換
→ 1PNのオーダーで定数になる.

$$\tau_0 = \frac{5}{256} M^{-5/3} (\pi f_0)^{-8/3} \eta^{-1}$$

$$\tau_1 = \frac{5}{192} M^{-1} (\pi f_0)^{-2} \left(\frac{743}{336\eta} + \frac{11}{4} \right)$$



- 干渉計の雑音レベル変動 → 最適テンプレートを生成.



(Fig. by Marion 2011)

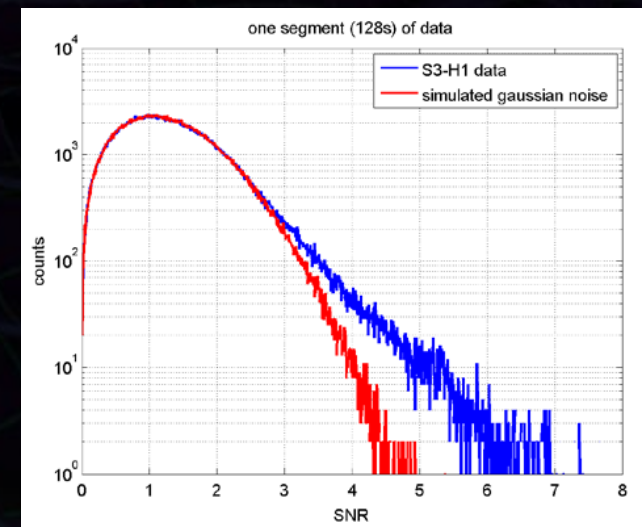
• 検出器の雑音

- 理想的にはガウス分布でモデル化
- 現実には多くの非定常雑音がある.

⇒ FAの増加, 検出効率の低下.

• 非定常雑音の低減

- 複数台検出器によるコインシデンス解析.
- 信号の振る舞いによるVeto解析.
- 検出器モニタ信号によるVeto解析.
- 他の観測からの情報を用いた解析.



•複数台での観測結果を用いる

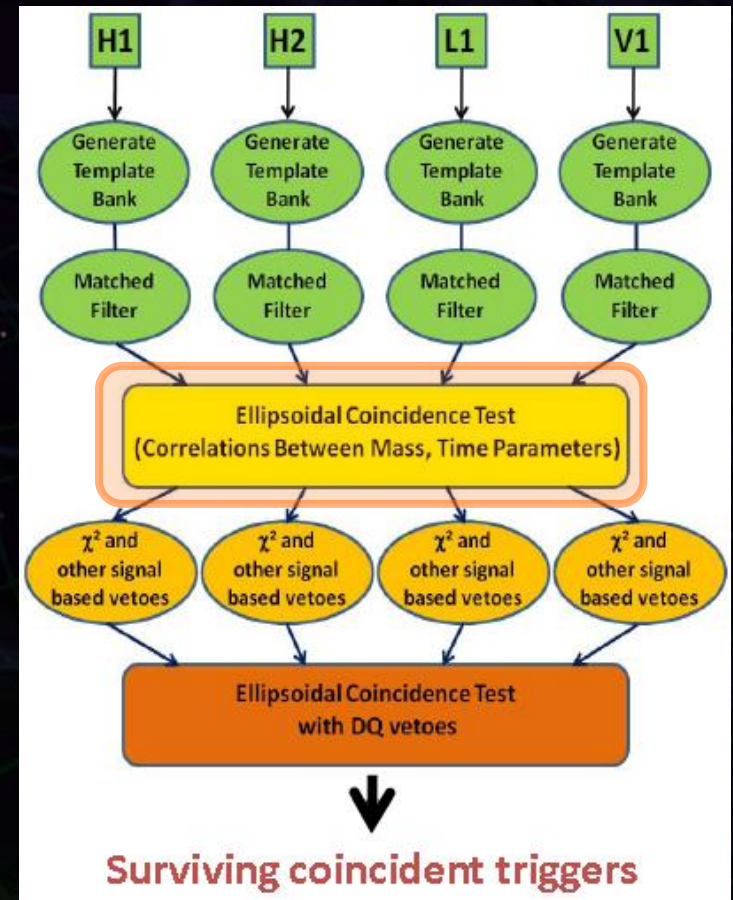
- 本物の重力波信号の場合、
→ 到達時刻, 推定パラメータに整合性.

•コインシデンス・ウィンドウ

- 一致とみなすパラメータ幅

$$\Delta t, \Delta \mathcal{M}, \Delta \eta$$

- パラメータ推定誤差を考慮.
- 小さいウィンドウ → F.A.の低減.
検出効率 (1 - F.D.) のロス进行避ける必要.

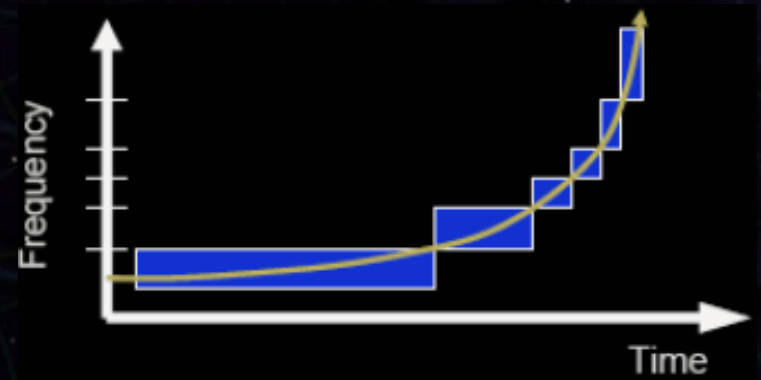


- 信号波形の振る舞いのチェック手法.
- マッチト・フィルタ出力

$$S(t) = (x, T) = 4 \int_0^\infty \frac{\tilde{x}(f) \cdot \tilde{T}^*(f)}{S_n(f)} df$$

- ⇒ *
- * 積分範囲を p 個の bin に分割.
 - * 各 bin の周波数幅は SNR が均等になるように設定する.

$$\rho = \sum_j \rho_j, \quad \rho_j = (x, T)_j$$



- 統計量を定義

$$\chi^2 = \sum_j (\rho_j - \rho/p)^2$$

- ガウス雑音(+信号) → 自由度 $p-1$ の χ^2 分布に従う.
- 非定常雑音に起因したイベント候補は outlier として表れる → Reject

・検出器の状態 (モニタ信号) によるVeto解析 (LSC解析の場合)

- データが解析に適さない場合.
検出器が正常動作していない,
データに欠損がある など
→ データ解析に用いない.
- 明確な相関がある非定常雑音の場合.
制御系の飽和, レーザー光源の不安定性
→ データ解析を行い, fakeを除去.
- 相関はあるが明確でない場合.
地面振動の増大, 気象条件の悪化
→ '検出'には用いない.
上限値設定には用いる.
- 原因が理解されていないが不安定な場合.
→ Follow-upにのみ用いる.

Category 1 - Data not suitable for being analyzed - e.g.: detector not at operating point; missing data...	Data not analyzed
Category 2 - Well understood instrumental problems - Strong statistical correlation - Usually low dead time, high efficiency - e.g.: overflow in sensing and control system	Look for possible detections
Category 3 - Suspected instrumental problems - Positive statistical correlation, but not well understood - Dead time can be large - Includes ad-hoc vetoes based on auxiliary channels - e.g.: high seismic activity, strong wind	Look for possible detections and compute rate upper limits
Category 4 - Poorly understood, weak but positive correlation - May veto whole noisy epochs	Used only for follow-ups

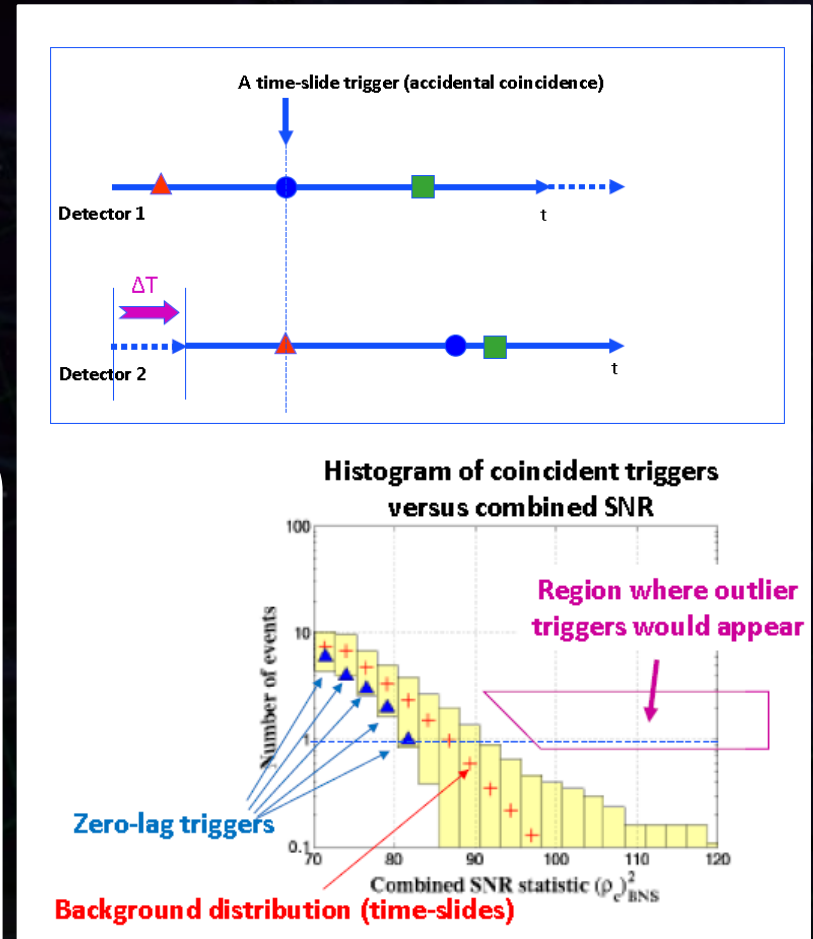
66

(Fig. by Marion 2011)

・バックグラウンドの算出 → F.A.の評価.

- 時間シフトしたデータを
同じパイプラインで解析.

- ⇒ * 雑音モデルを仮定しなくて良い.
* 多数の時間シフト量
→ 統計誤差の低減.



(注) F.A.の推定誤差

$$F.A.R = \alpha_1 \alpha_2 \Delta T$$

Detector 1, 2
それぞれのF.A.

コインシデンス
ウィンドウ

$$\sigma_{FAR}^2 = \alpha_1 \alpha_2 \Delta T \left[\frac{1}{R} + (\alpha_1 + \alpha_2) \Delta T \right]$$

← 時間シフト数

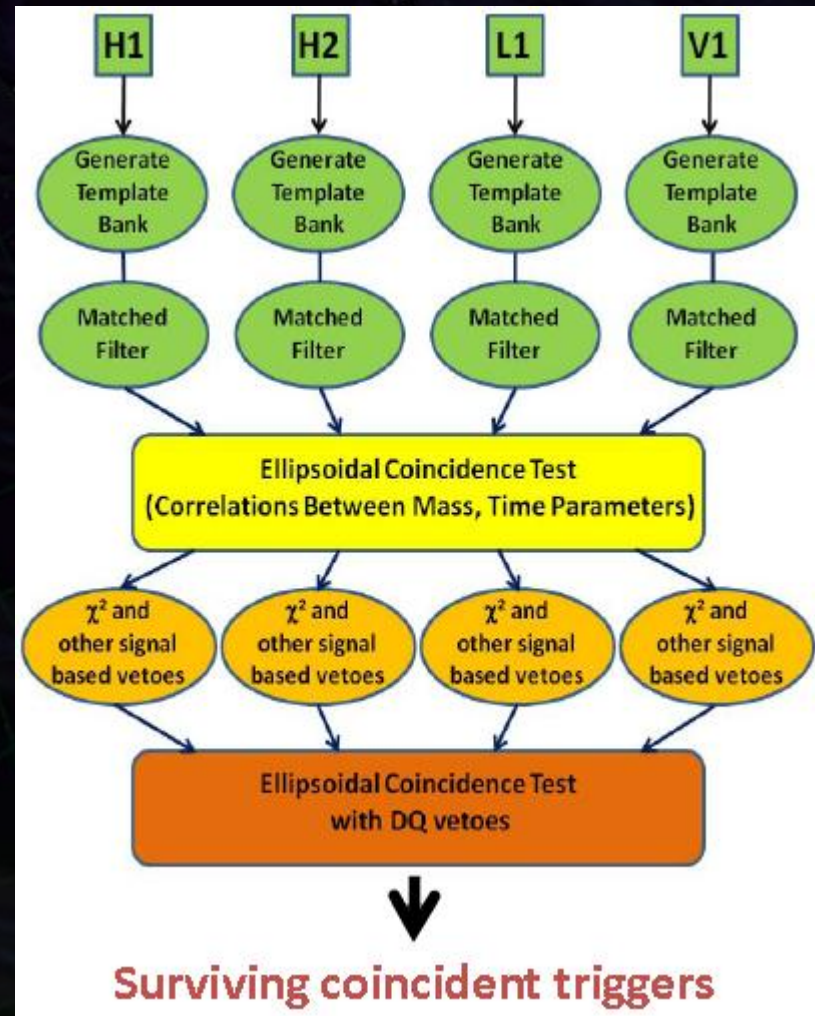
一連の解析をまとめた'パイプライン'

各検出器でのイベント探査
(Matched Filtering)

コインシデンス解析

信号の振る舞いによるVeto解析
(χ^2 -検定, ...)

モニタ信号によるVeto解析



・連星合体イベントの頻度見積もり

IFO	Source ^a	\dot{N}_{low} yr ⁻¹	\dot{N}_{re} yr ⁻¹	\dot{N}_{pl} yr ⁻¹	\dot{N}_{up} yr ⁻¹
Initial	NS-NS	2×10^{-4}	0.02	0.2	0.6
	NS-BH	7×10^{-5}	0.004	0.1	
	BH-BH	2×10^{-4}	0.007	0.5	
	IMRI into IMBH			$< 0.001^b$	0.01^c
	IMBH-IMBH			10^{-4d}	10^{-3e}
Advanced	NS-NS	0.4	40	400	1000
	NS-BH	0.2	10	300	
	BH-BH	0.4	20	1000	
	IMRI into IMBH			10^b	300^c
	IMBH-IMBH			0.1^d	1^e

Abadie+ CQG 27 (2010) 173001.

• 信号が検出されなかった場合 → 上限値を設定.

- 設定法の1つ: 'Loudest Event' 法

解析の結果 最大SNRを持つイベントに対し,本物があった場合にそれが起こる確率から上限値を設定.

信号イベントの全てが ρ より小さなSNRを持つ確率

Brady+, CQG 21 (2004)

信号があるときの ρ の確率分布: ポアソン分布

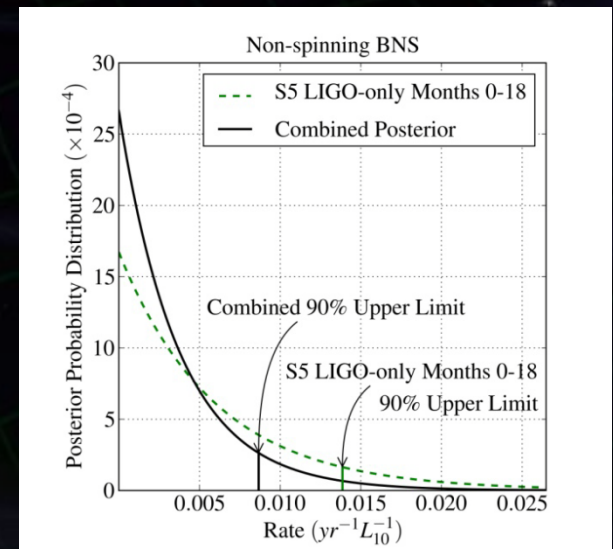
$$p(\rho|\mu) \propto e^{-\mu} \epsilon(\rho)$$

μ : イベント数の期待値 = $R \times T$
(R : イベントレート, T : 観測時間)

$\epsilon(\rho)$: 閾値 ρ での検出確率

⇒ 観測結果 ρ_{\max} が得られた時の μ 確率分布をベイズ統計から求める. → 上限値.

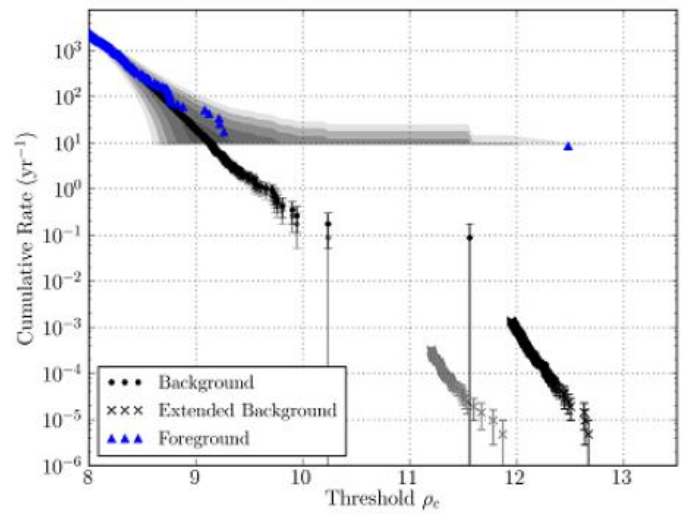
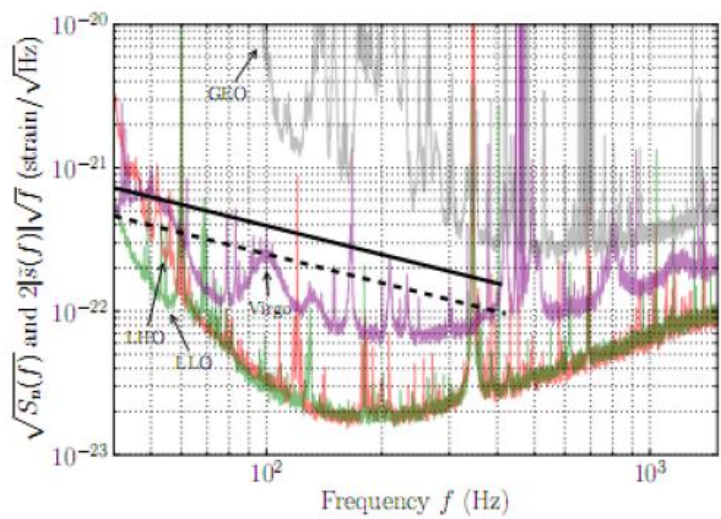
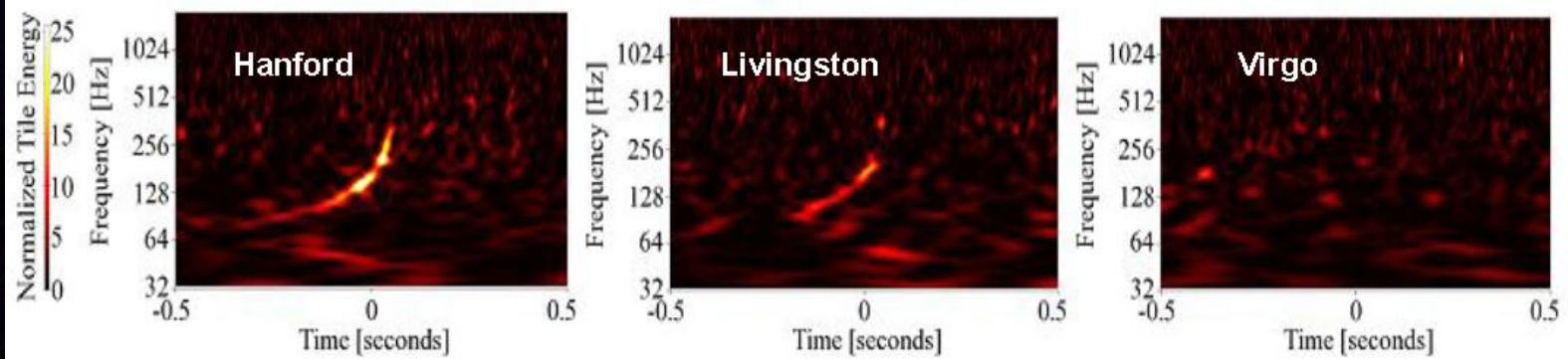
$$R_{90\%} = \frac{3.890}{T \epsilon(\rho_{\max})}$$



LIGO

'Event' GW100916 – A Blind Injection

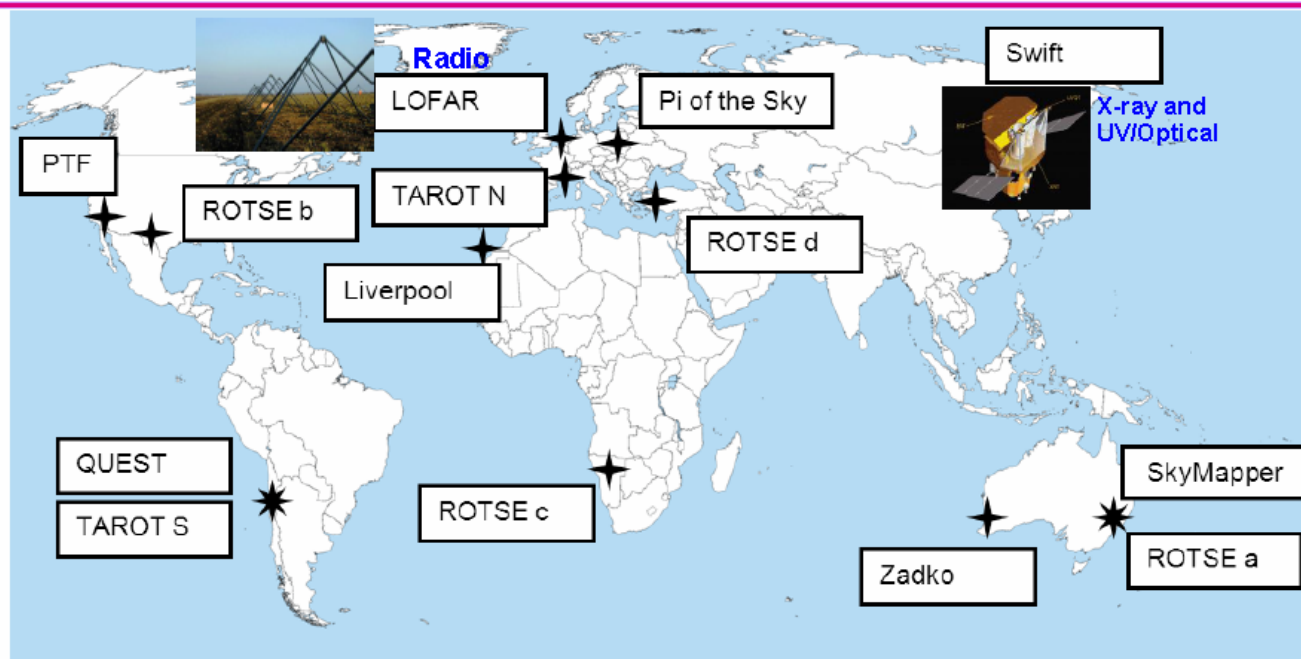
<http://www.ligo.org/science/GW100916/>



Marcel Grossman 13, Stockholm, 4 July 2012

LIGO

Observing Partners During 2009–2010



- Mostly (but not all) robotic wide-field optical telescopes
 - » Many of them used for following up GRBs and/or hunting for supernovae
- Nine event candidates in S6/VR2,3 followed up by at least one scope

LIGO Scientific and Virgo Collaborations, "Implementation and testing of the first prompt search for gravitational wave transients with electromagnetic counterparts", *A&A* **539**, A124 (2012).

LIGO Scientific and Virgo Collaborations, "First Low-Latency LIGO+Virgo Search for Binary Inspirals and their Electromagnetic Counterparts", [arXiv:1112.6005](https://arxiv.org/abs/1112.6005)

LIGO

Example: GW100916 Skymap

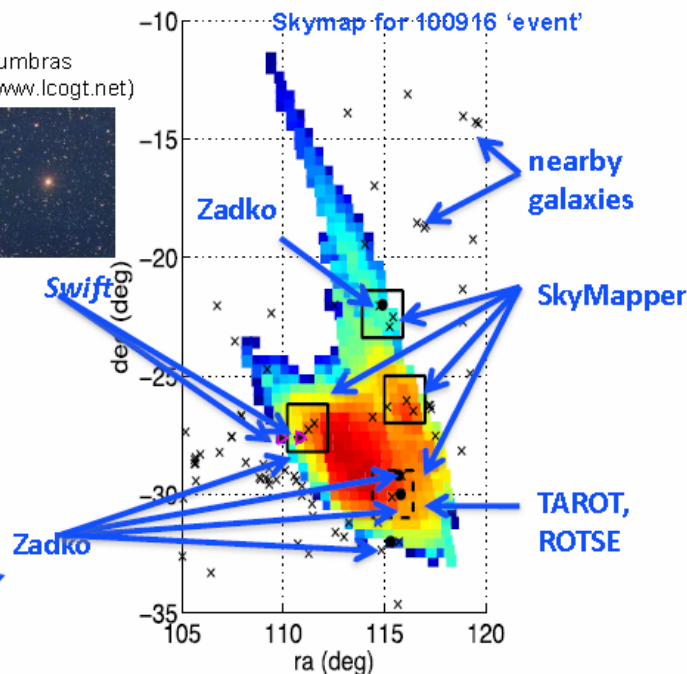
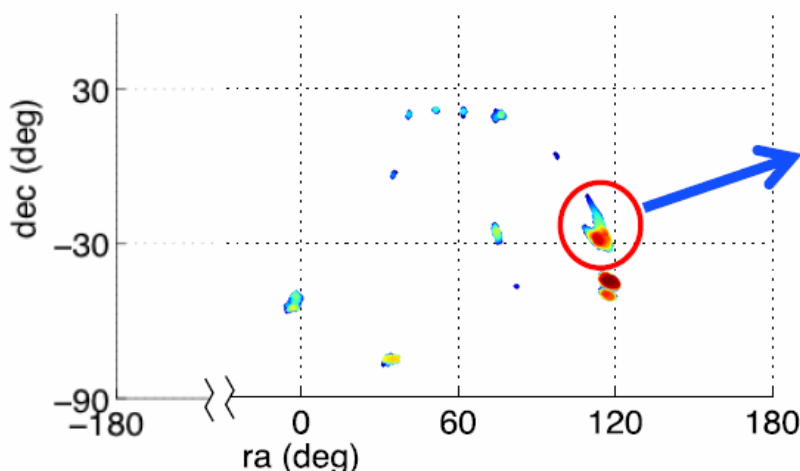
LIGO-Virgo source localization $\sim O(100 \text{ deg}^2)$

» Disconnected regions

Top probability pixels imaged by Swift and other ground-based optical telescopes

Swift pixels maximized probability on NGC2380 and ESO492-010

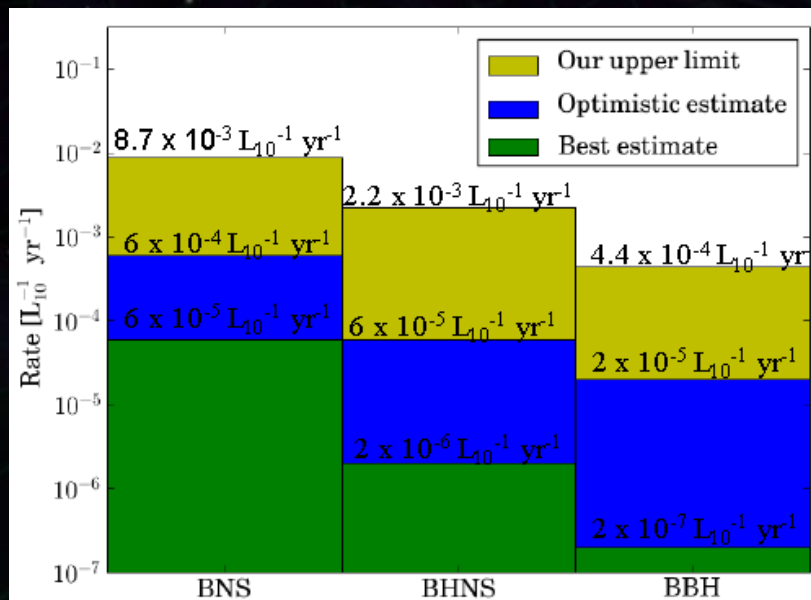
NGC2380
(Credit: Las Cumbres Observatory www.lcogt.net)



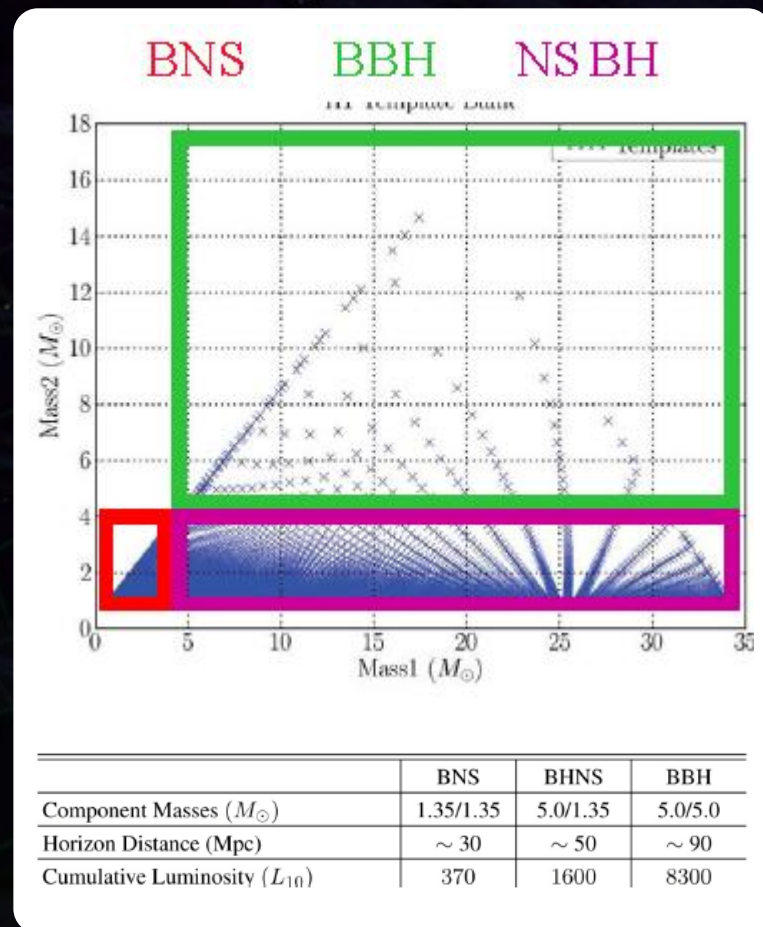
LIGO Scientific and Virgo Collaborations, "Swift Follow-Up Observations Of Candidate Gravitational-Wave Transient Events" [arXiv:1205.1124](https://arxiv.org/abs/1205.1124)

• LIGO S5 / Virgo VSR1 探査結果

- 重力波信号は見つからず.
- イベントレートに対して上限値.



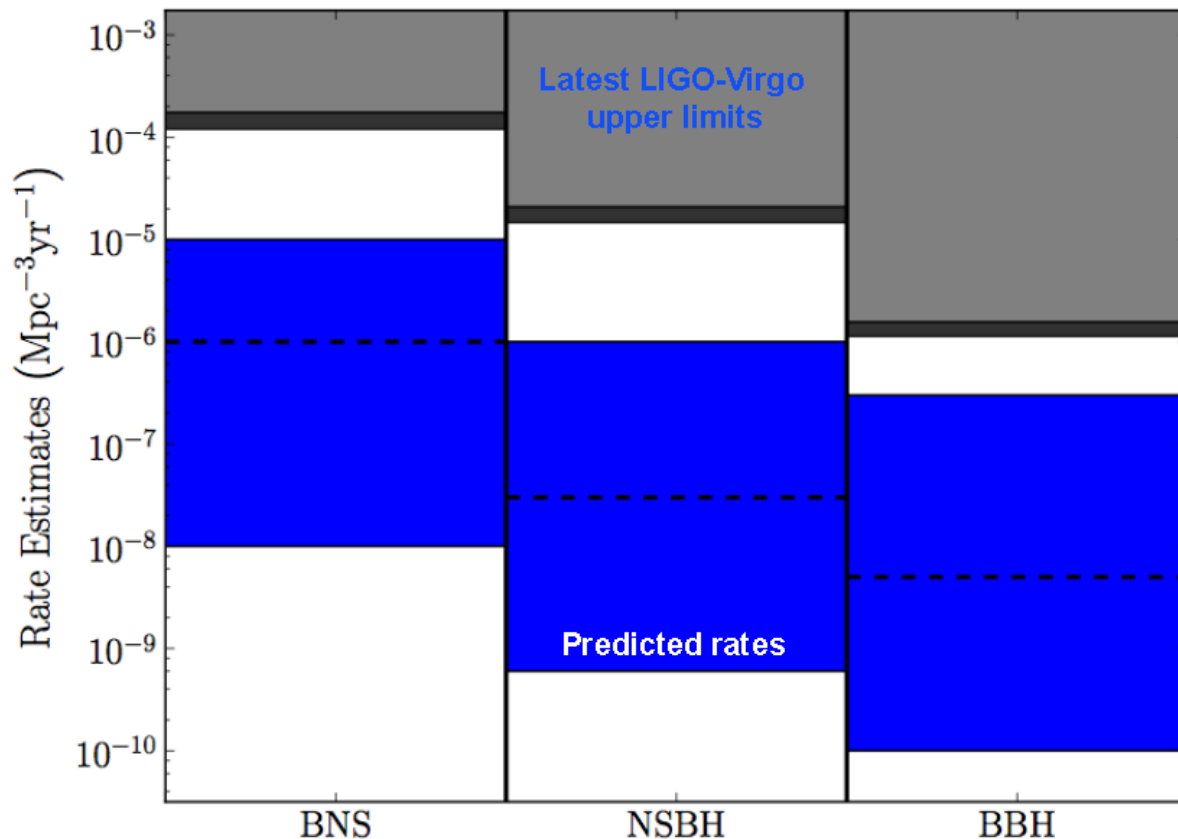
LSC, Phys. Rev. D 79, 122001(2009)
 LSC, Phys. Rev. D 80, 047101 (2009)
 LVC, Phys. Rev. D 82, 102001 (2010)





Searching for Low Mass Compact Binary Coalescences

LIGO Scientific and Virgo Collaborations, "Search for Gravitational Waves from Low Mass Compact Binary Coalescence in LIGO's Sixth Science Run and Virgo's Science Runs 2 and 3", [Phys. Rev D85 \(2012\) 082002](https://arxiv.org/abs/2012.08202)

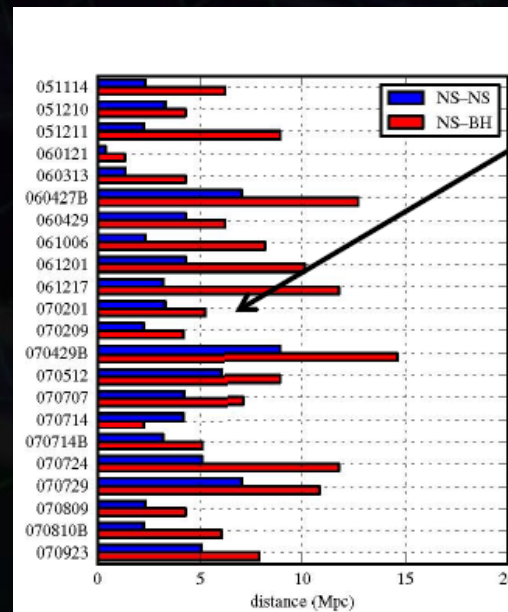
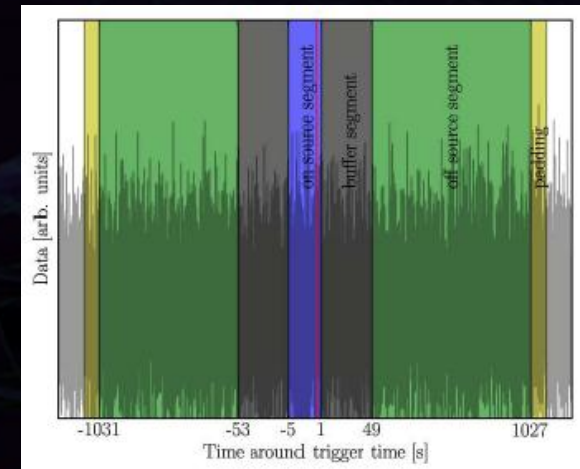


17

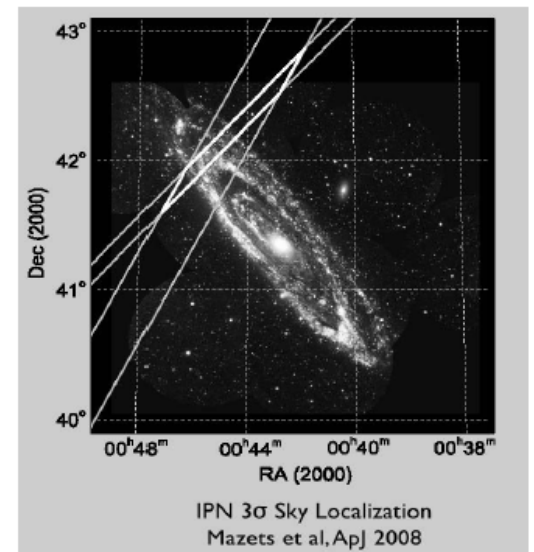
Marcel Grossman 13, Stockholm, 4 July 2012

• LIGO S5 / Virgo VSR1

- 基本的な探査手法は、通常探査と同様.
- 波源が特定されている
 - コインシデンス時間を狭くできる.
- γ 線の [-5sec, +1sec] を探査.
- 前後のデータでバックグラウンドを評価.
- 最低2台で観測していた22のGRBイベントを解析.



Astrophys. J. 715, 1453 (2010).



ガンマ線バースト

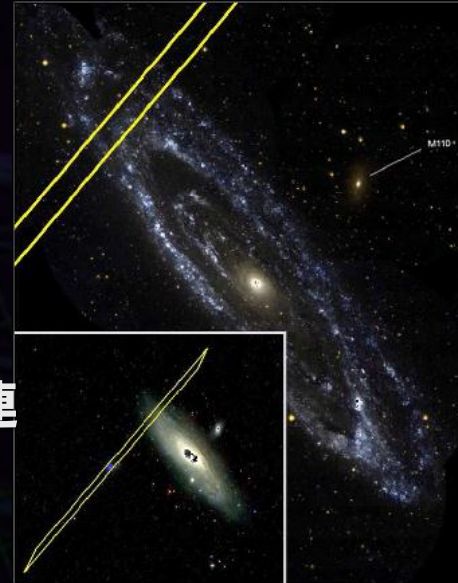
2007年に観測されたGRB070201

(Konus-Wind, INTEGRAL, MESSENGER)

→ M31 (アンドロメダ)

銀河方向で発生

継続時間の短いガンマ線バーストは、連星中性子星の合体に起因している可能性がある。



米国の地上重力波検出器LIGOが、十分な感度で観測を行っていた。

→ データ解析の結果、信号はなかった。

このShort GRBはM31で発生した連星中性子星合体に起因するものではない、と結論付けられた。

Abbott et al, arxiv:0711.1163.

検出の試み：1960年代より行われる

現在, 大型検出器が稼働中

レーザー干渉計型：5台, 共振型検出器：3台



➡ 国際的観測ネットワーク

→ 検出の信頼度向上, 波源の方向特定, 重力波偏波の分離
1年を超える観測データが取得されている

連星中性子星合体イベント：50kpc~20Mpcの観測レンジ

→ 我々の銀河, 近傍銀河でイベントがあれば検出可能

第3章 前半 終わり